



Chương 8

THIẾT KẾ BỘ LỌC SỐ

Nội dung:

8.1 Tổng quan về thiết kế bộ lọc số

8.1.1 Phân loại bộ lọc dựa vào đáp ứng tần số

8.1.2 Các đặc tả của bộ lọc

8.1.3 Các bước để thiết kế bộ lọc

8.2 Thiết kế bộ lọc FIR dùng phương pháp cửa sổ

Bài tập



Chương 8

THIẾT KẾ BỘ LỌC SỐ

8.1 Tổng quan về thiết kế bộ lọc số:

8.1.1 Phân loại bộ lọc dựa vào đáp ứng tần số:

❖ Dựa vào đáp ứng tần số, có thể chia bộ lọc ra làm các loại sau:

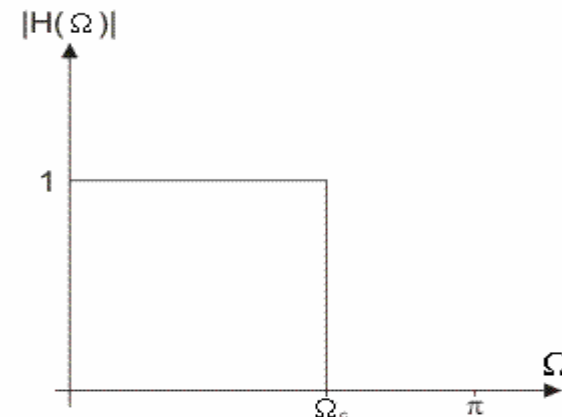
- Bộ lọc thông thấp LPF (Low Pass Filter)
- Bộ lọc thông cao HPF (High Pass Filter)
- Bộ lọc thông dải BPF (Band Pass Filter)
- Bộ lọc chặn dải BSF (Band Stop Filter)

❖ Đáp ứng tần số và đáp ứng xung của các bộ lọc lý tưởng

▪ **Bộ lọc thông thấp lý tưởng:**

Đáp ứng tần số:

$$|H_d(\Omega)| = \begin{cases} 1 & , 0 \leq \Omega \leq \Omega_c \\ 0 & , \Omega_c < \Omega \leq \pi \end{cases}$$





Chương 8

THIẾT KẾ BỘ LỌC SỐ (tt)

- ❖ Đáp ứng tần số và đáp ứng xung của các bộ lọc lý tưởng (tt)

Đáp ứng xung:

$$\begin{aligned} h_d(n) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_d(\Omega) e^{jn\Omega} d\Omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\Omega_c}^{\Omega_c} e^{jn\Omega} d\Omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \left(\frac{e^{jn\Omega}}{jn} \Big|_{-\Omega_c}^{\Omega_c} \right) = \frac{1}{\pi} \frac{\sin n\Omega_c}{n} = \frac{\sin n\Omega_c}{n\pi} \end{aligned}$$

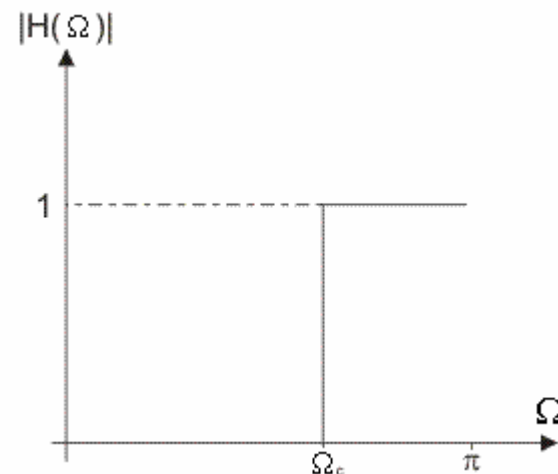
- Bộ lọc thông cao lý tưởng:

Đáp ứng tần số:

$$|H_d(\Omega)| = \begin{cases} 0 & , 0 \leq \Omega < \Omega_c \\ 1 & , \Omega_c \leq \Omega \leq \pi \end{cases}$$

Đáp ứng xung:

$$h_d(n) = \delta(n) - \frac{\sin n\Omega_c}{n\pi}$$





Chương 8

THIẾT KẾ BỘ LỌC SỐ (tt)

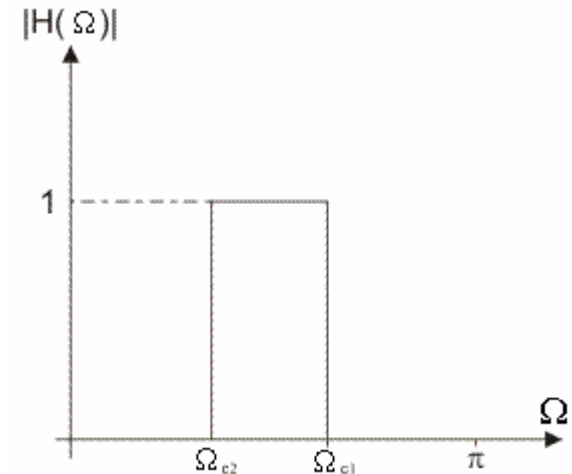
▪ Bộ lọc thông dải lý tưởng:

Đáp ứng tần số:

$$|H_d(\Omega)| = \begin{cases} 0 & ; 0 \leq \Omega < \Omega_{c1}, \Omega_{c2} < \Omega \leq \pi \\ 1 & ; \Omega_{c1} \leq \Omega \leq \Omega_{c2} \end{cases}$$

Đáp ứng xung:

$$h_d(n) = \frac{\sin n\Omega_{c2} - \sin n\Omega_{c1}}{n\pi}$$



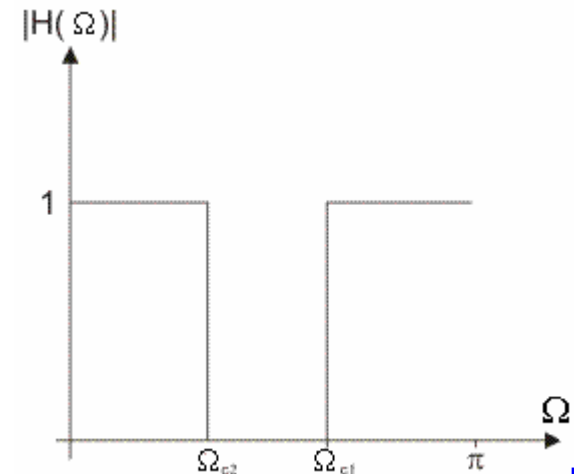
▪ Bộ lọc chặn dải lý tưởng:

Đáp ứng tần số:

$$|H_d(\Omega)| = \begin{cases} 1 & ; 0 \leq \Omega \leq \Omega_{c1}, \Omega_{c2} \leq \Omega \leq \pi \\ 0 & ; \Omega_{c1} < \Omega < \Omega_{c2} \end{cases}$$

Đáp ứng xung:

$$h_d(n) = \delta(n) - \frac{\sin n\Omega_{c2} - \sin n\Omega_{c1}}{n\pi}$$





Chương 8

THIẾT KẾ BỘ LỌC SỐ (tt)

8.1.2 Các đặc tả bộ lọc số:

❖ Các tham số của bộ lọc: dải thông, dải chặn, dải chuyển tiếp, độ gợn dải thông, suy hao dải chặn.

❖ Xét bộ lọc thông thấp:

➤ **Đặc tả tuyệt đối (H.a):**

δ_p : độ lệch dải thông

δ_s : độ lệch dải chặn

➤ **Đặc tả tương đối (H.b):**

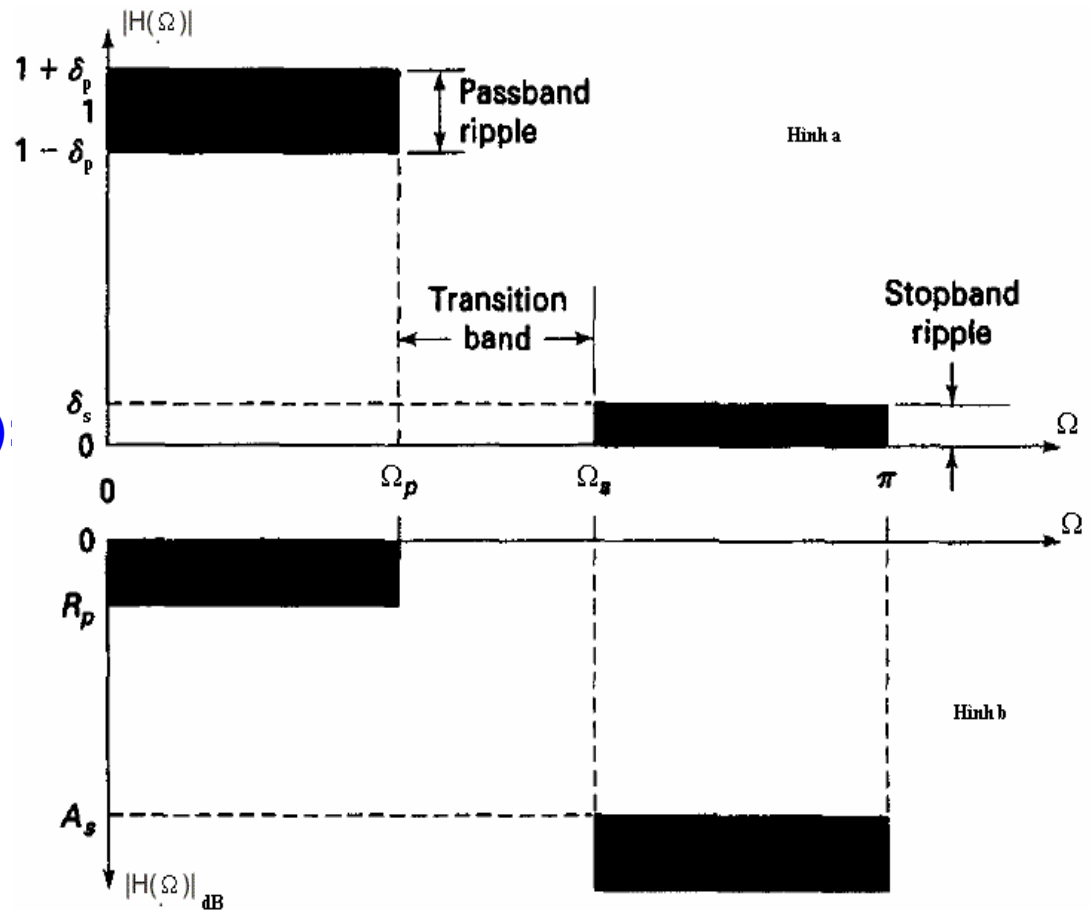
R_p : độ gợn dải thông [dB]

A_s : suy hao dải chặn [dB]

→ Công thức liên hệ:

$$R_p = -20 \lg(1 - \delta_p)$$

$$A_s = -20 \lg \delta_s$$





Chương 8

THIẾT KẾ BỘ LỌC SỐ (tt)

8.1.2 Các bước để thiết kế bộ lọc số:

❖ Quá trình thiết kế bộ lọc số gồm 3 bước:

➤ *Xác định các đặc tả của bộ lọc:*

→ tùy theo yêu cầu ứng dụng, ở bước này cần tiến hành xác định các đặc tả của bộ lọc: $\Omega_p, \Omega_s, \dots$

➤ *Xác định giá trị các hệ số của bộ lọc:*

→ sau khi đã có đặc tả của bộ lọc, sử dụng các phương pháp thiết kế khác nhau: phương pháp dùng cửa sổ, phương pháp lấy mẫu tần số, phương pháp thiết kế tối ưu, v.v... để xác định các hệ số của bộ lọc $h(n)$, $0 \leq n \leq N$.

➤ *Thực hiện mạch lọc:*

→ trên cơ sở đã có được các hệ số của bộ lọc, vấn đề thiết kế chỉ còn là việc lựa chọn sơ đồ thực hiện (dạng trực tiếp, dạng chính tắc) → xây dựng giải thuật tương ứng → viết chương trình → cài đặt.

→ quá trình này có thể được thực hiện bằng phần cứng hay phần mềm.



Chương 8

THIẾT KẾ BỘ LỌC SỐ (tt)

8.2 Thiết kế bộ lọc FIR dùng phương pháp cửa sổ:

❖ **Nhắc lại:** Với bộ lọc số FIR bậc N

▪ Phương trình I/O:

$$y(n) = h(n) * x(n) = \sum_{k=0}^N h(k)x(n-k)$$

▪ Đáp ứng xung $h(n)$ và đáp ứng tần số $H(\Omega)$ là một cặp biến đổi DTFT.

❖ Giả sử cần thiết kế bộ lọc số FIR bậc N theo yêu cầu nào đó. Quá trình thực hiện như sau:

▪ Gọi $h_d(n)$ là đáp ứng xung của bộ lọc lý tưởng tương ứng loại bộ lọc cần thiết kế.

▪ Với phương pháp cửa sổ, đáp ứng xung của bộ lọc cần thiết kế được xác định như sau:

$$h(n) = h_d(n-\alpha)w(n); \alpha = N/2.$$

trong đó: $w(n)$ là hàm cửa sổ có chiều dài hữu hạn $N+1$ và đối xứng quanh điểm giữa, nghĩa là: $w(n) = w(N-n)$



Chương 8

THIẾT KẾ BỘ LỌC SỐ (tt)

8.2 Thiết kế bộ lọc FIR dùng phương pháp cửa sổ (tt):

□ Các loại cửa sổ thông dụng

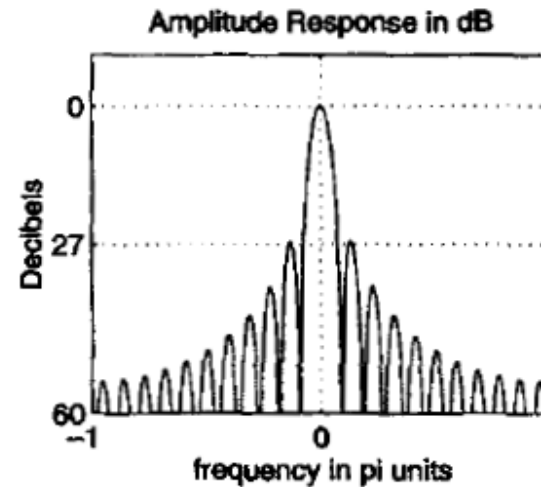
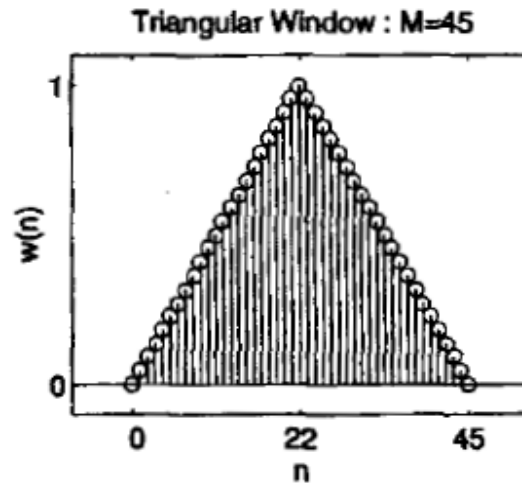
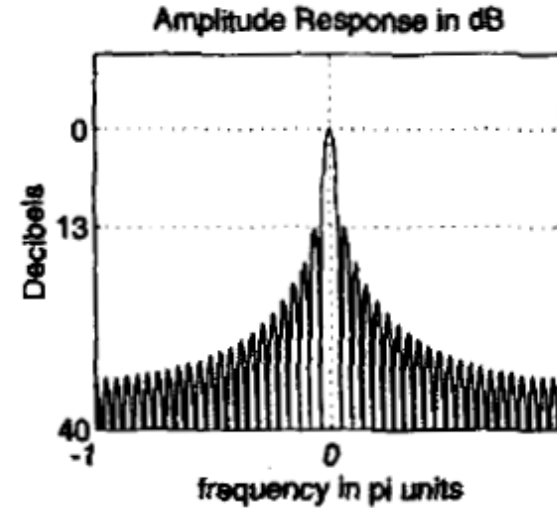
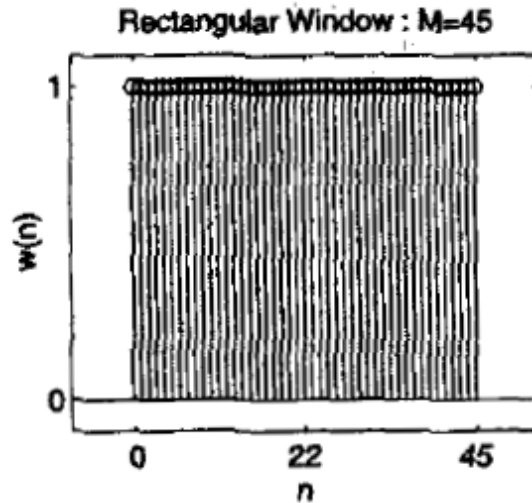
Chữ nhật	$w(n) = \begin{cases} 1 & ; 0 \leq n \leq N \\ 0 & ; otherwise \end{cases}$
Tam giác	$w(n) = \begin{cases} 2n/N & ; 0 \leq n \leq N/2 \\ 2 - 2n/N & ; N/2 \leq n \leq N \end{cases}$
Hanning	$w(n) = \begin{cases} 0.5 - 0.5 \cos \frac{2\pi n}{N} & ; 0 \leq n \leq N \\ 0 & ; otherwise \end{cases}$
Hamming	$w(n) = \begin{cases} 0.54 - 0.46 \cos \frac{2\pi n}{N} & ; 0 \leq n \leq N \\ 0 & ; otherwise \end{cases}$
Blackman	$w(n) = \begin{cases} 0.42 - 0.5 \cos \frac{2\pi n}{N} + 0.08 \cos \frac{4\pi n}{N} & ; 0 \leq n \leq N \\ 0 & ; otherwise \end{cases}$



Chương 8

THIẾT KẾ BỘ LỌC SỐ (tt)

- Hình dạng và phổ của các loại cửa sổ thông dụng

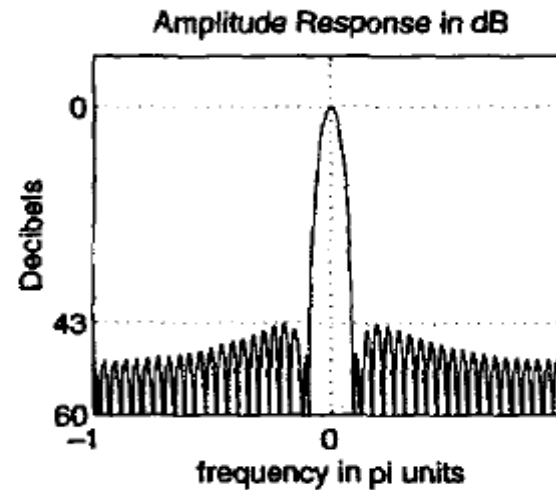
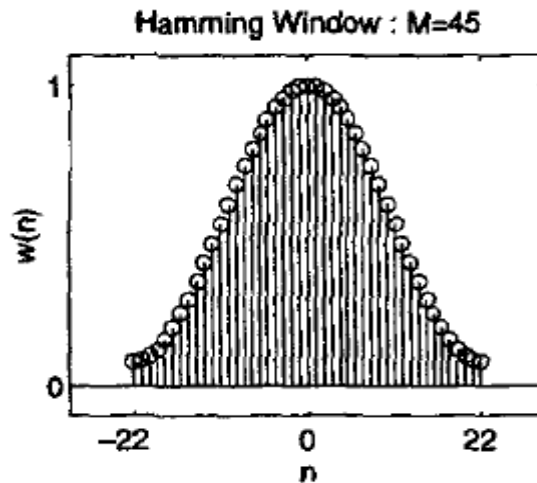
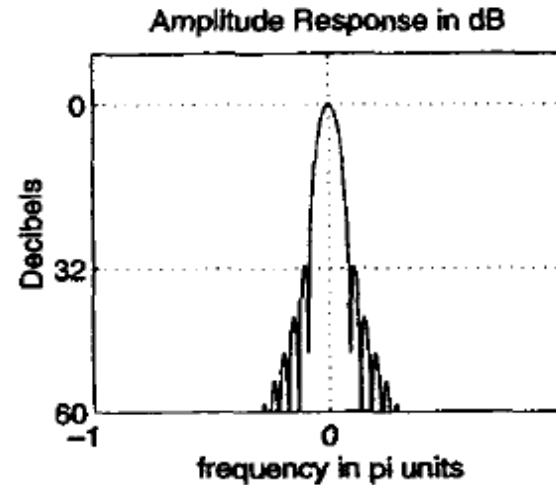
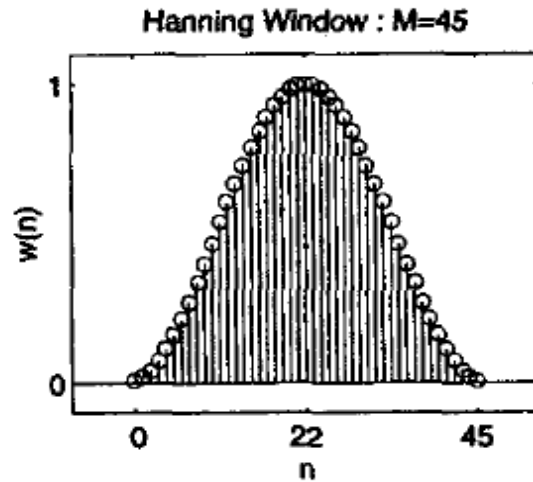




Chương 8

THIẾT KẾ BỘ LỌC SỐ (tt)

- Hình dạng và phổ của các loại cửa sổ thông dụng

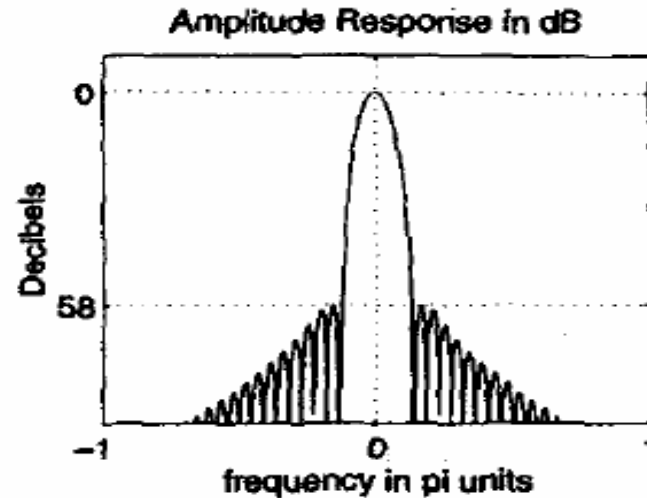
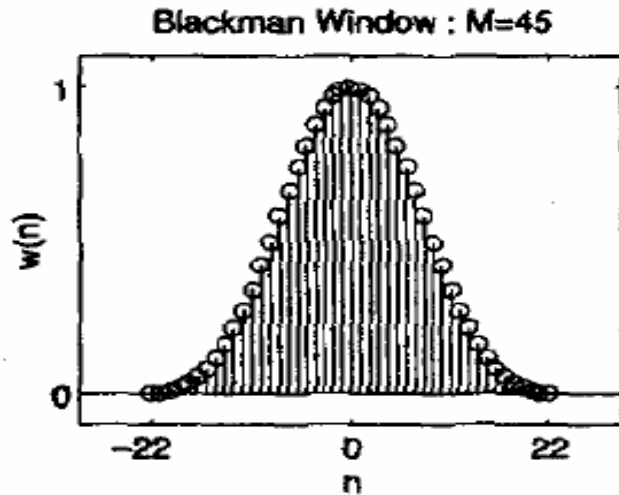




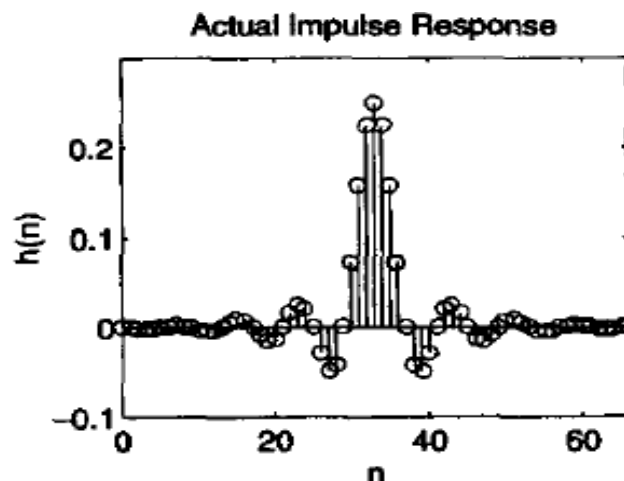
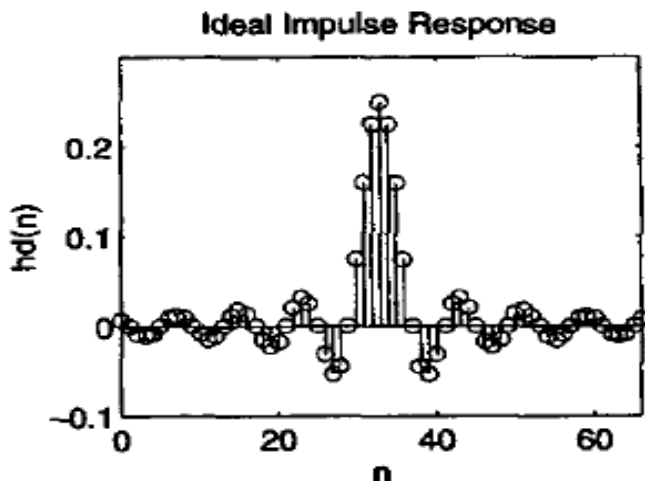
Chương 8

THIẾT KẾ BỘ LỌC SỐ (tt)

□ Hình dạng và phổ của các loại cửa sổ thông dụng (tt)



❖ Xét ảnh hưởng của cửa sổ lên đáp ứng xung:

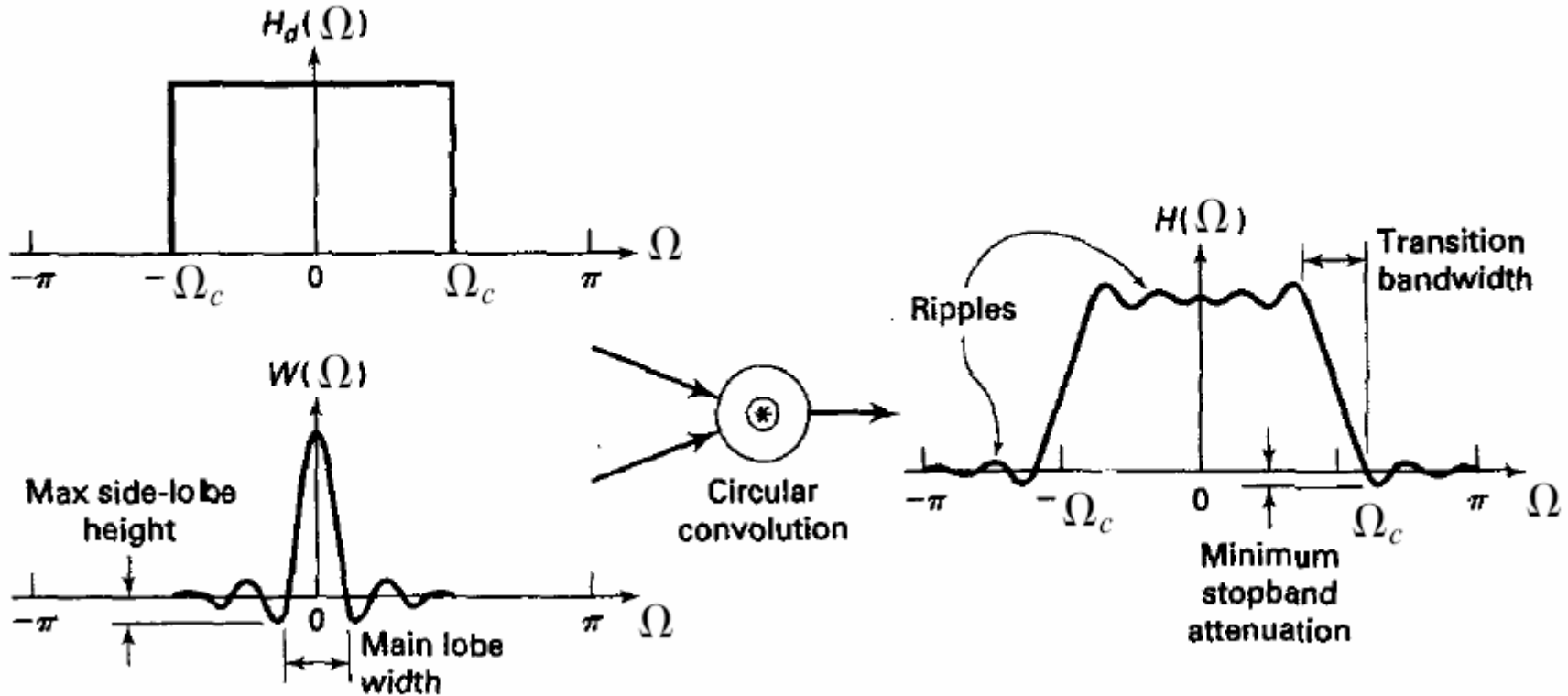




Chương 8

THIẾT KẾ BỘ LỌC SỐ (tt)

❖ Xét ảnh hưởng của cửa sổ lên đáp ứng tần số:



❑ **Nhận xét:** * Độ rộng búp chính sẽ ảnh hưởng đến độ rộng dải chuyển tiếp.

* Búp phụ tạo ra độ gợn dải thông và độ gợn dải chặn của $H(\Omega)$.

→ Việc lựa chọn loại cửa sổ sẽ ảnh hưởng đến sự xấp xỉ $H(\Omega)$ đối với $H_d(\Omega)$.



Chương 8

THIẾT KẾ BỘ LỌC SỐ (tt)

❖ Các tính chất của cửa sổ:

- Khi chiều dài N tăng \rightarrow độ rộng búp chính giảm \rightarrow độ rộng dải chuyển tiếp giảm.

$$N \Delta\Omega = c$$

$\Delta\Omega$: độ rộng dải chuyển tiếp

c : hằng số phụ thuộc loại cửa sổ

- Biên độ đỉnh của búp phụ được xác định bởi dạng của cửa sổ và không phụ thuộc vào N .
- Khi giảm biên độ búp phụ thì độ rộng búp chính tăng lên và ngược lại.

Loại cửa sổ	Độ rộng dải chuyển tiếp $\Delta\Omega$	Suy hao dải chặn A_s [dB]
Chữ nhật	$1.8\pi/N$	21
Tam giác	$6.1\pi/N$	25
Hanning	$6.2\pi/N$	44
Hamming	$6.6\pi/N$	53
Blackman	$11\pi/N$	74



Chương 8

THIẾT KẾ BỘ LỌC SỐ (tt)

Ví dụ 1: Thiết kế bộ lọc số thông thấp FIR thỏa yêu cầu sau:

$$\begin{cases} 0.99 \leq |H(\Omega)| \leq 1.01 & ; 0 \leq \Omega \leq 0.19\pi \\ |H(\Omega)| \leq 0.01 & ; 0.21\pi \leq \Omega \leq \pi \end{cases}$$

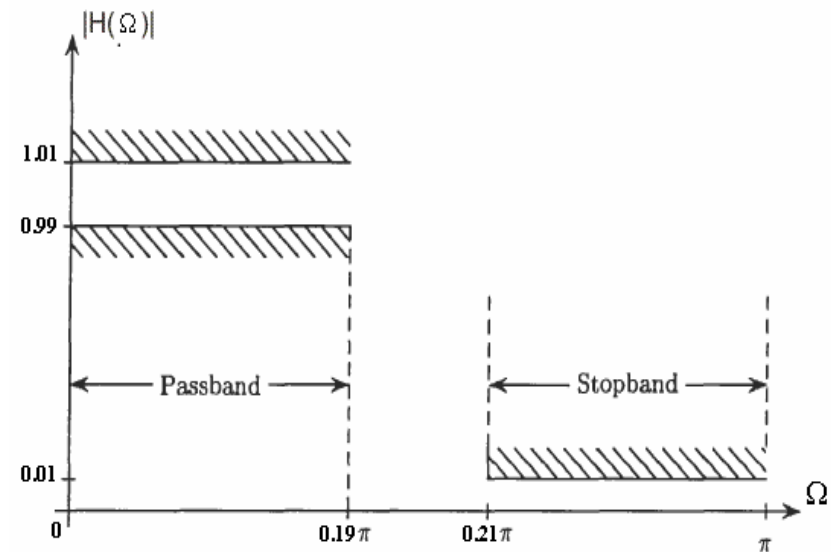
Lời giải:

- Bộ lọc cần thiết kế là bộ lọc thông thấp
- Đặc tả tuyệt đối như hình bên:
- Dựa vào đặc tả: $\delta_p = 0.01$
 $\delta_s = 0.01$
- Tìm bậc của bộ lọc N :
 - Suy hao dải chặn:

$$A_s = 20 \lg \delta_s = 20 \lg 0.01 = -40 \text{ dB}$$
 → Chọn cửa sổ Hanning
 - Độ rộng dải chuyển tiếp:

$$\Delta\Omega = \Omega_s - \Omega_p = 0.21\pi - 0.19\pi = 0.02\pi$$
 - Với cửa sổ Hanning:

$$\Delta\Omega = \frac{6.2\pi}{N} \Rightarrow N = \frac{6.2\pi}{\Delta\Omega} = \frac{6.2\pi}{0.02\pi} = 310$$





Chương 8

THIẾT KẾ BỘ LỌC SỐ (tt)

➤ *Viết phương trình đáp ứng xung:*

$$h(n) = h_d(n-\alpha)w(n) \quad (*)$$

trong đó: Hàm cửa sổ là:

$$w(n) = \begin{cases} 0.5 - 0.5 \cos \frac{2\pi n}{N} & ; 0 \leq n \leq N \\ 0 & ; otherwise \end{cases}$$

Đáp ứng xung lý tưởng:

$$h_d(n-\alpha) = \frac{\sin \Omega_c (n-\alpha)}{\pi(n-\alpha)}; \begin{cases} \Omega_c = \frac{\Omega_s + \Omega_p}{2} = 0.2\pi \\ \alpha = \frac{N}{2} = \frac{310}{2} = 155 \end{cases}$$

Thay vào biểu thức (*), ta được đáp ứng xung của bộ lọc cần thiết kế là:

$$h(n) = \frac{\sin 0.2\pi(n-155)}{\pi(n-155)} \left[0.5 - 0.5 \cos \frac{2\pi n}{310} \right]; 0 \leq n \leq 310$$

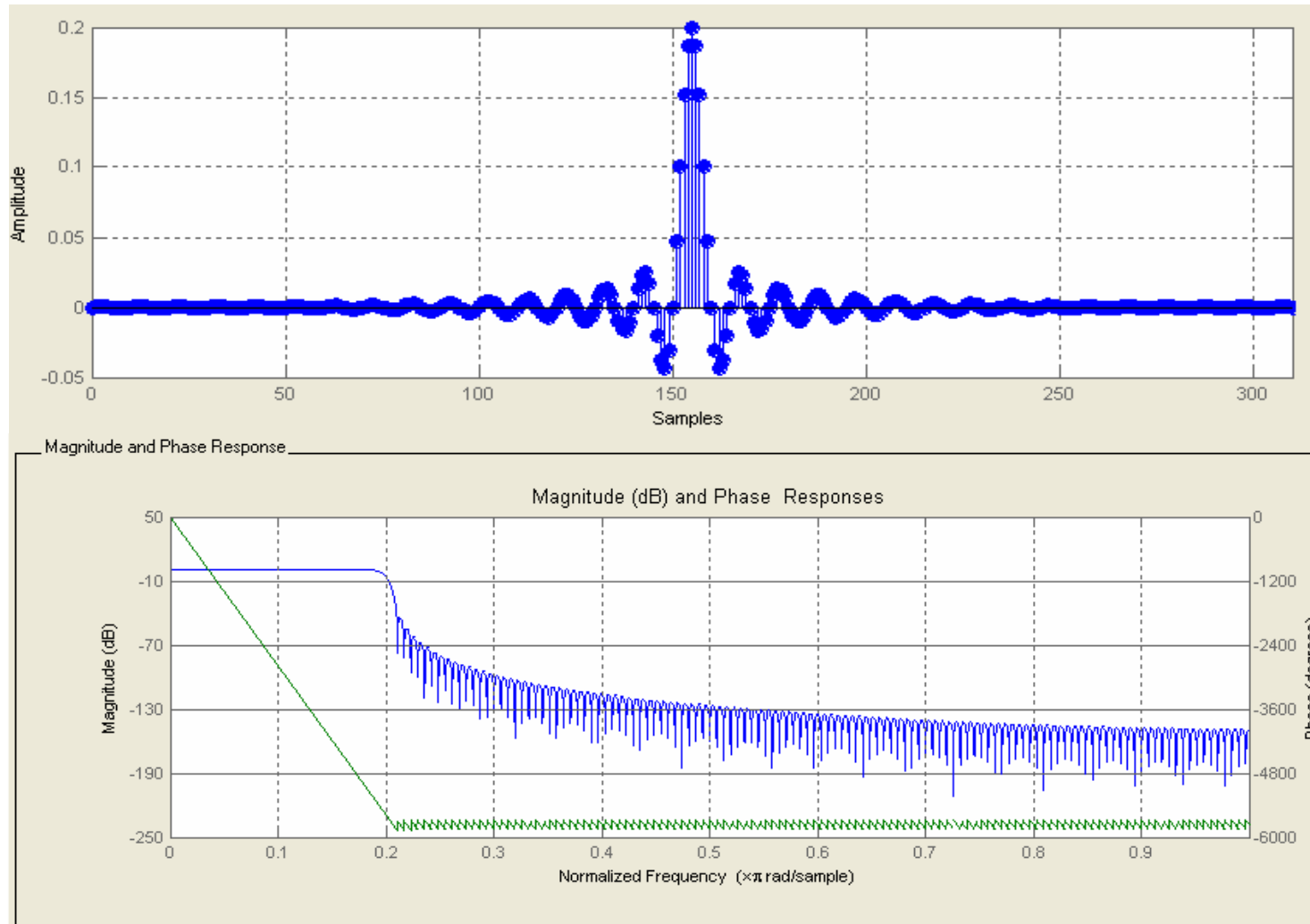
(lần lượt thay $n=0,1,2,\dots$ vào ta thu được các hệ số của bộ lọc $h_0, h_1, h_2, \dots, h_{310}$)



Chương 8

THIẾT KẾ BỘ LỌC SỐ (tt)

- Đáp ứng xung - Đáp ứng tần số - Đáp ứng pha của bộ lọc:





Chương 8

THIẾT KẾ BỘ LỌC SỐ (tt)

Ví dụ 2:

Cho tín hiệu âm thanh có phổ tần số nằm trong khoảng $[0, 20 \text{ KHz}]$. Tín hiệu được lấy mẫu ở tốc độ $f_s = 40 \text{ KHz}$. Hãy thiết kế bộ lọc số FIR dùng phương pháp cửa sổ để loại bỏ các thành phần tần số lớn hơn 10 KHz với mức suy hao không nhỏ hơn 50 dB . Giả sử độ rộng dải chuyển tiếp là 400 Hz .

Lời giải:

❖ **Bước 1: Xác định đặc tả của bộ lọc:**

→ Bộ lọc cần thiết kế là bộ lọc thông thấp với các thông số sau:

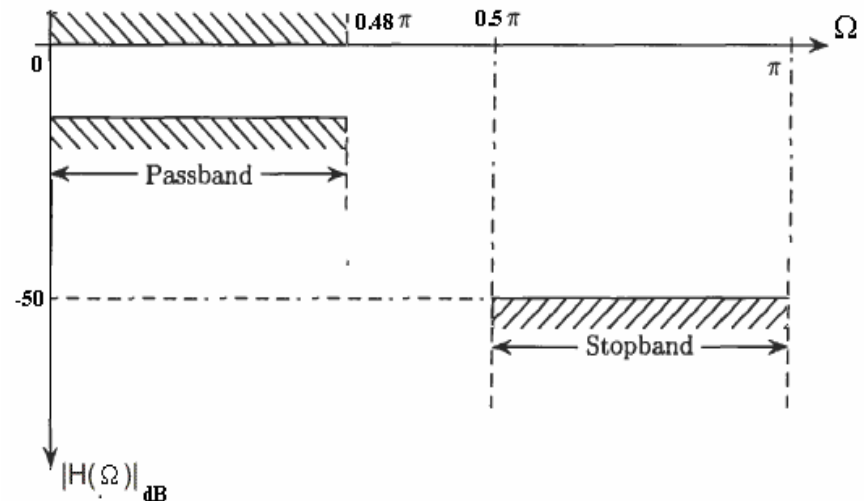
$$\Omega_s = \frac{\omega_s}{f_s} = \frac{2\pi \times 10 \text{ KHz}}{40 \text{ KHz}} = 0.5\pi$$

$$\Delta\Omega = \frac{\Delta\omega}{f_s} = \frac{2\pi \times 400 \text{ Hz}}{40 \text{ KHz}} = 0.02\pi$$

$$\begin{aligned} \Delta\Omega = \Omega_s - \Omega_p &\Rightarrow \Omega_p = 0.5\pi - 0.02\pi \\ &= 0.48\pi; \quad A_s = 50 \text{ dB} \end{aligned}$$

❖ **Bước 2: Xác định đáp ứng xung**

➤ Chọn loại cửa sổ Hamming → $w(n) = \dots$





Chương 8

THIẾT KẾ BỘ LỌC SỐ (tt)

➤ Bậc của bộ lọc:
$$N = \frac{6.6\pi}{\Delta\Omega} = \frac{6.6\pi}{0.02\pi} = 330$$

➤ *Viết phương trình đáp ứng xung:*

$$h(n) = h_d(n-\alpha)w(n) \quad (*)$$

trong đó: Hàm cửa sô là:

$$w(n) = \begin{cases} 0.54 - 0.46 \cos \frac{2\pi n}{N} & ; 0 \leq n \leq N \\ 0 & ; otherwise \end{cases}$$

Đáp ứng xung lý tưởng của bộ lọc thông thấp:

$$h_d(n-\alpha) = \frac{\sin \Omega_c (n-\alpha)}{\pi(n-\alpha)}; \begin{cases} \Omega_c = \frac{\Omega_s + \Omega_p}{2} = 0.49\pi \\ \alpha = \frac{N}{2} = \frac{330}{2} = 165 \end{cases}$$

Thay vào biểu thức (*), ta được đáp ứng xung của bộ lọc cần thiết kế là:

$$h(n) = \frac{\sin 0.49\pi(n-165)}{\pi(n-165)} \left[0.54 - 0.46 \cos \frac{2\pi n}{330} \right]; 0 \leq n \leq 330$$



Chương 8

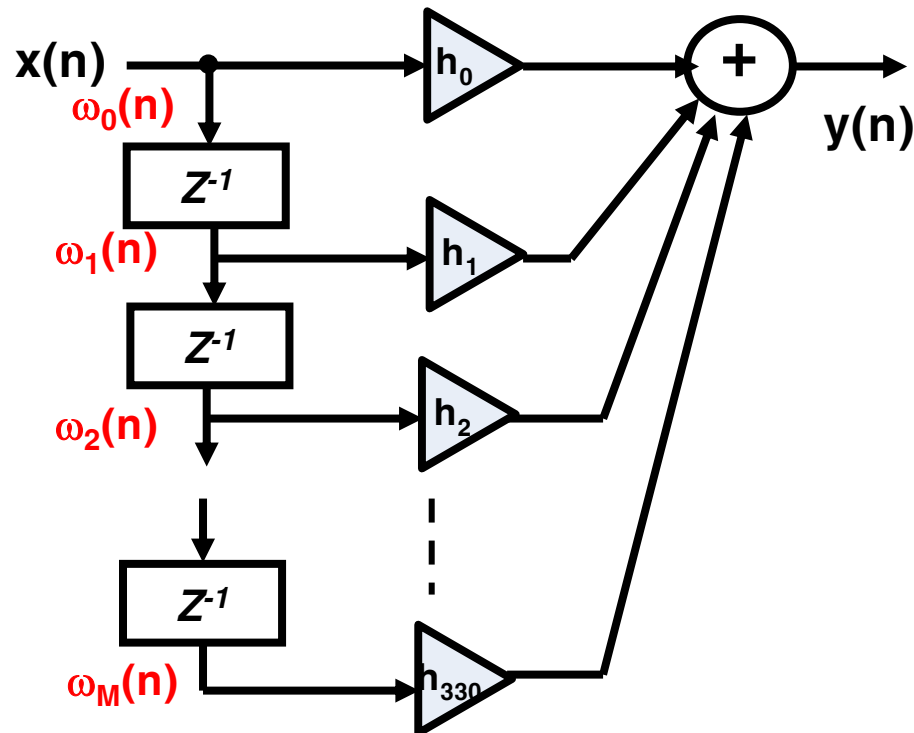
THIẾT KẾ BỘ LỌC SỐ (tt)

Bước 3: Thực hiện bộ lọc:

- Phương trình I/O của bộ lọc:

$$y(n) = h_0 x(n) + h_1 x(n-1) + h_2 x(n-2) + \dots + h_{330} x(n-330)$$

- Sơ đồ khối và giải thuật:



Với mỗi mẫu dữ liệu ngõ vào x:

{

$$\omega_0 = x;$$

$$y = h_0 \omega_0 + h_1 \omega_1 + \dots + h_{330} \omega_{330};$$

For $i = 330, 329, \dots, 1$ do

$$\omega_i = \omega_{i-1};$$

}

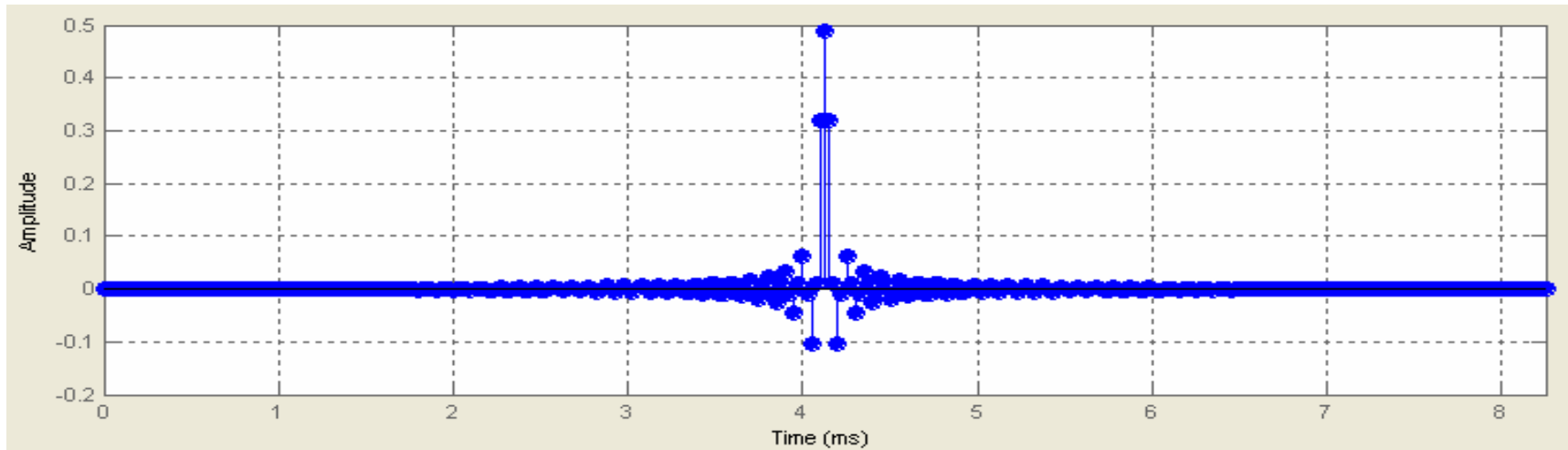
- Viết chương trình dùng ngôn ngữ C, vv...



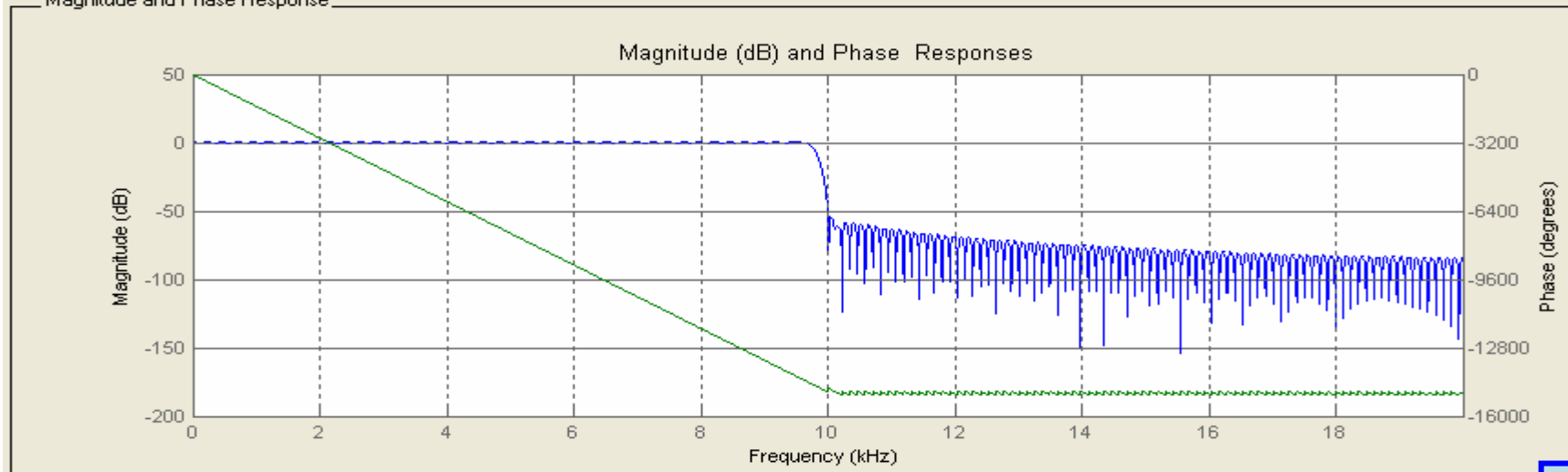
Chương 8

THIẾT KẾ BỘ LỌC SỐ (tt)

- Đáp ứng xung - Đáp ứng tần số - Đáp ứng pha của bộ lọc:



Magnitude and Phase Response





Chương 8

THIẾT KẾ BỘ LỌC SỐ (tt)

❑ *Thiết kế bộ lọc số FIR sử dụng cửa sổ Kaiser:*

❖ *Họ cửa sổ Kaiser:*

$$w(n) = \frac{I_0 \left[\beta \left(1 - \left(\frac{n-\alpha}{\alpha} \right)^{1/2} \right) \right]}{I_0[\beta]}; \quad 0 \leq n \leq N; \alpha = N/2$$

trong đó: β : tham số định dạng cửa sổ \rightarrow điều khiển sự dung hòa giữa độ rộng búp chính và biên độ búp phụ.

$I_0[\dots]$: hàm Bessel

$$I_0[x] = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{(x/2)^k}{k!} \right]^2$$

❖ Quá trình thiết kế bộ lọc thường sử dụng các công thức thực nghiệm sau:

$$i/ \quad \beta = \begin{cases} 0.1102(A_s - 8.7) & ; \quad A_s \geq 50dB \\ 0.5842(A_s - 21)^{0.4} + 0.07886(A_s - 21) & ; \quad 21dB < A_s < 50dB \\ 0 & ; \quad A_s < 21dB \end{cases}$$

$$ii/ \quad N = \frac{A_s - 7.95}{2.287\Delta\Omega}; \quad A_s \geq 21dB \quad (\text{Khi } A_s < 21dB: \text{ dùng } N=1.8\pi/\Delta\Omega)$$



Chương 8

THIẾT KẾ BỘ LỌC SỐ (tt)

Ví dụ 3: Thiết kế bộ lọc số thông thấp FIR có tần số cắt: $\Omega_c = \pi/4$; $\Delta\Omega = 0.02\pi$ và $\delta_s = 0.01$ dùng cửa sổ Kaiser.

Lời giải:

➤ Suy hao dải chặn:

$$A_s = 20\lg\delta_s = 20\lg 0.01 = -40 \text{ dB}$$

➤ Suy ra thông số β (do $50\text{dB} > A_s > 21 \text{ dB}$):

$$\beta = 0.5842(A_s - 21)^{0.4} + 0.07886(A_s - 21) = 3.4$$

➤ Tìm bậc của bộ lọc N (do $A_s > 21\text{dB}$):

$$N = \frac{A_s - 7.95}{2.287\Delta\Omega} = \frac{40 - 7.95}{2.287 \times 0.02\pi} = 224 \Rightarrow \alpha = N / 2 = 112$$

➤ Đáp ứng xung của bộ lọc:

$$h(n) = h_d(n - \alpha)w(n)$$

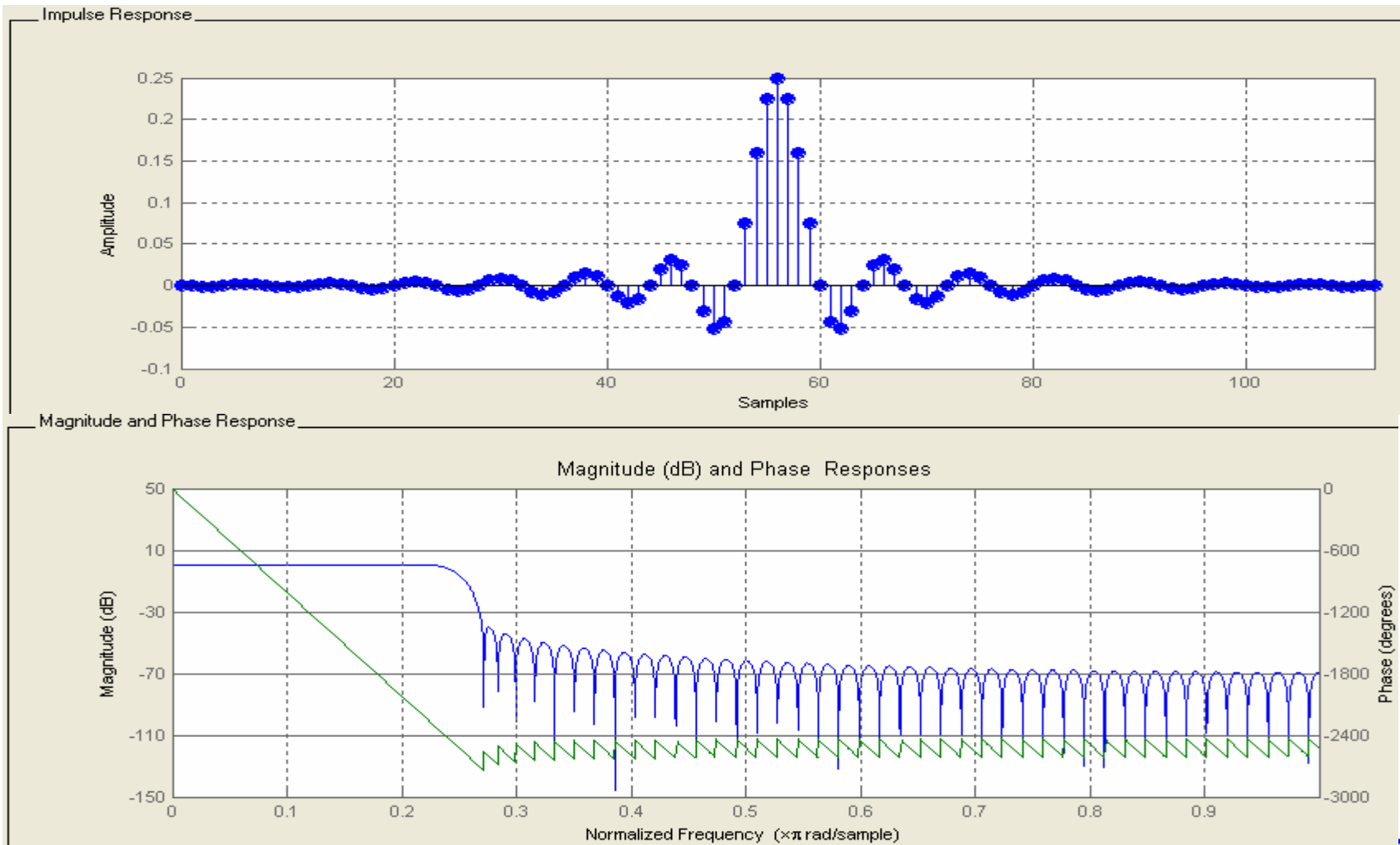
$$= \frac{\sin 0.25\pi(n - 112)}{\pi(n - 112)} \frac{I_0 \left[3.4 \left(1 - \frac{n - 112}{112} \right)^{1/2} \right]}{I_0[3.4]}; \quad 0 \leq n \leq 224$$



Chương 8

THIẾT KẾ BỘ LỌC SỐ (tt)

- Đáp ứng xung - Đáp ứng tần số - Đáp ứng pha của bộ lọc:





Chương 8

THIẾT KẾ BỘ LỌC SỐ (tt)

Bài tập:

8.1 Hãy vẽ các đặc tả tuyệt đối và đặc tả tương đối của bộ lọc số thông cao, thông dải và chặn dải.

8.2 Cho tín hiệu âm thanh có phổ tần số nằm trong khoảng $[0, 20 \text{ KHz}]$. Tín hiệu được lấy mẫu ở tốc độ $f_s = 40 \text{ KHz}$. Hãy thiết kế bộ lọc số FIR dùng phương pháp cửa sổ để loại bỏ các thành phần tần số trong khoảng $[10 \text{ KHz} - 12 \text{ KHz}]$ với mức suy hao không nhỏ hơn 50 dB . Giả sử độ rộng dải chuyển tiếp là 400 Hz .