Chương 5

BIẾN ĐỔI Z

Nội dung:

5.1 Biến đổi Z
- 5.1.1 Định nghĩa biến đổi Z
- 5.1.2 Các tính chất của biến đổi Z
- 5.1.3 Giản đồ cực-không

5.2 Biến đổi Z ngược
- 5.2.1 Phương pháp phân tích thành chuỗi lũy thừa
- 5.2.2 Phương pháp phân tích thành phân thức sơ cấp
- 5.3 Phân tích hệ thống dùng biến đổi Z
- Bài tập

5.1 Biến đổi Z:

- *là phép chuyển tín hiệu sang miền Z để thuận tiên trong phân tích, xử lý.*
- *biến đổi Z có vai trò như phép biến đổi Laplace trong mạch tương tự.*
- *được dùng để tính toán đáp ứng của hệ thống LTI, thiết kế các bộ lọc,vv...*

5.1.1 Định nghĩa:

- *Biến đổi Z của một tín hiệu rời rạc x(n):*

$$\boxed{X(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) z^{-n}}$$

(z: biến phức)

- *Ký hiệu:* $x(n) \xrightarrow{Z} X(z)$ *hay:* $X(z) = Z\left[x(n)\right]$

❖ Vùng hội tụ của biến đổi Z (ROC: Region Of Convergence)

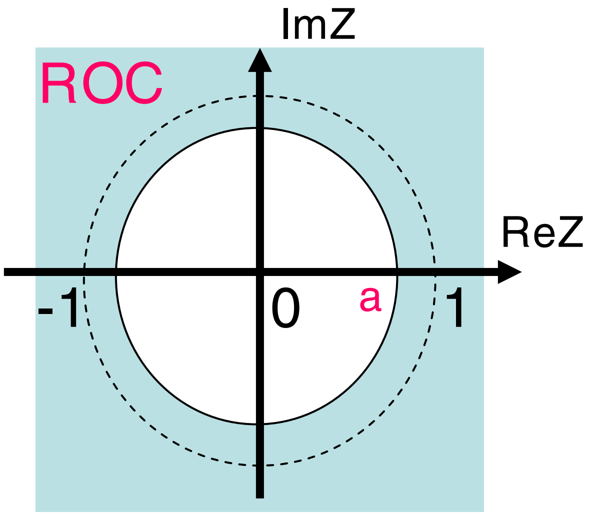
- *ROC là tập hợp những giá trị của Z làm cho X(z) có giá trị hữu hạn.*

$$\boxed{ROC = \left\{ z \in \mathbb{C} \mid X(z) \neq \infty \right\}}$$

- *Phải chỉ rỏ ra khi nói đến biến đổi Z.*

5.1 Biến đổi Z (tt):

Ví dụ 1: *Xác định biến đổi z của các tín hiệu sau*



a. $x(n) = \{1,2,\mathbf{5},7,0,1\}$

b. $x(n) = a^n u(n)$

c. $x(n) = -a^n u(-n-1)$

d. $x(n) = a^n u(n) - b^n u(-n-1)$

Lời giải:

a. Từ định nghĩa:

$X(z) = z^2 + 2z + 5 + 7z^{-1} + z^{-3}$; ROC: $z \neq 0$; $z \neq \infty$

b. Ta có:

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)z^{-n} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a^n u(n) z^{-n} = \sum_{n=0}^{+\infty} a^n z^{-n} = \sum_{n=0}^{+\infty} (az^{-1})^n$$

Nếu: $|az^{-1}|<1 \rightarrow |z|>|a|$ thì:

$$X(z) = \frac{1}{1-az^{-1}}$$ ROC: $|z| > |a|$

5.1 Biến đổi Z (tt):

c. Ta có:

$$X(z)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}x(n)z^{-n}=\sum_{n=-\infty}^{-1}-a^{n}z^{-n}=\sum_{n=\infty}^{1}-a^{-n}z^{n}=-\sum_{n=1}^{+\infty}(a^{-1}z)^{n}$$

Nếu: $|a^{-1}z|<1 \rightarrow |z|<|a|$ thì:

$$X(z)=-\frac{1}{1-az^{-1}}+1=-\frac{a^{-1}z}{1-a^{-1}z}=\frac{1}{1-az^{-1}}$$

ROC: |z| < |a|

d. Ta có:

$$X(z)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}x(n)z^{-n}=\sum_{n=0}^{+\infty}a^{n}z^{-n}-\sum_{n=-\infty}^{-1}b^{n}z^{-n}$$

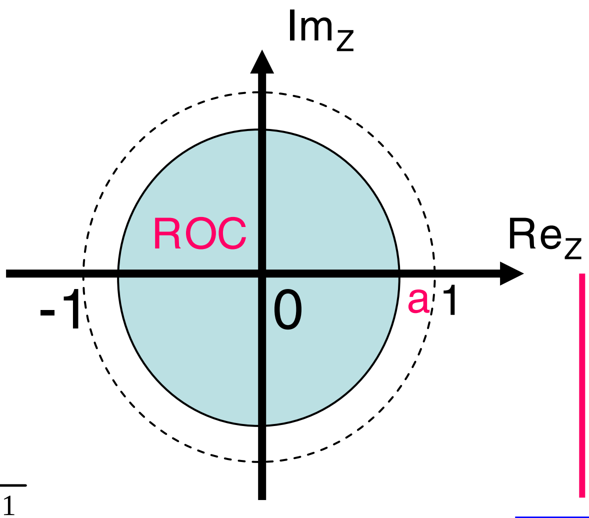
$$=\sum_{n=0}^{+\infty}a^{n}z^{-n}-\sum_{n=1}^{\infty}b^{-n}z^{n}$$

Nếu |b|<|a|: ROC = {Ø}:

→không tồn tại X(z).

Nếu |b|>|a|: ROC : |a|<|z|<|b|:

$$X(z)=\frac{1}{1-az^{-1}}+\frac{1}{1-bz^{-1}}$$



5.1 Biến đổi Z (tt):

- Một số cặp biến đổi Z thông dụng:

Sequence	z-Transform	Region of Convergence
$\delta(n)$	1	all z
$\alpha^n u(n)$	$\dfrac{1}{1-\alpha z^{-1}}$	$\|z\| > \|\alpha\|$
$-\alpha^n u(-n-1)$	$\dfrac{1}{1-\alpha z^{-1}}$	$\|z\| < \|\alpha\|$
$n\alpha^n u(n)$	$\dfrac{\alpha z^{-1}}{(1-\alpha z^{-1})^2}$	$\|z\| > \|\alpha\|$
$-n\alpha^n u(-n-1)$	$\dfrac{\alpha z^{-1}}{(1-\alpha z^{-1})^2}$	$\|z\| < \|\alpha\|$
$\cos(n\omega_0)u(n)$	$\dfrac{1-(\cos\omega_0)z^{-1}}{1-2(\cos\omega_0)z^{-1}+z^{-2}}$	$\|z\| > 1$
$\sin(n\omega_0)u(n)$	$\dfrac{(\sin\omega_0)z^{-1}}{1-2(\cos\omega_0)z^{-1}+z^{-2}}$	$\|z\| > 1$

5.1.2 Các tính chất của biến đổi Z:

a. Tuyến tính:

$$\begin{cases} x_1(n) \leftrightarrow X_1(z) \\ x_2(n) \leftrightarrow X_2(z) \end{cases} \Rightarrow a_1x_1(n) + a_2x_2(n) \leftrightarrow a_1X_1(z) + a_2X_2(z), \forall a_1, a_2$$

Ví dụ 2: *Tìm biến đổi Z của tín hiệu sau:*

$$x(n) = 3(0.8)^n u(n) - 5(-1.2)^n u(n)$$

Áp dụng tính chất tuyến tính:

$$\begin{cases} x_1(n) = (0.8)^n u(n) \\ a_1 = 3 \end{cases} \& \begin{cases} x_2(n) = (-1.2)^n u(n) \\ a_2 = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (0.8)^n u(n) \leftrightarrow \dfrac{1}{1-0.8z^{-1}}, |z| > 0.8 \\ (-1.2)^n u(n) \leftrightarrow \dfrac{1}{1+1.2z^{-1}}, |z| > 1.2 \end{cases} \Rightarrow X(z) = \frac{3}{1-0.8z^{-1}} - \frac{5}{1+1.2z^{-1}}, |z| > 1.2$$

5.1.2 Các tính chất của biến đổi Z (tt):

b. Dịch chuyển trong miền thời gian rời rạc:

$$x(n) \leftrightarrow X(z) \Rightarrow \begin{cases} x(n-n_0) \leftrightarrow z^{-n_0} X(z) \\ x(n+n_0) \leftrightarrow z^{n_0} X(z) \end{cases}$$

Ví dụ 3: *Tìm biến đổi Z của tín hiệu sau:*

$$x(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n u(n+2)$$

Viết lại x(n):

$$x(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n u(n+2) = 4\left(\frac{1}{2}\right)^{n+2} u(n+2)$$

Áp dụng tính chất trên:

$$X(z) = 4z^2 \frac{1}{1-0.5z^{-1}}, \infty > |z| > 0.5$$

5.1.2 Các tính chất của biến đổi Z (tt):

c. Vi phân trong miền Z:

$$\boxed{x(n) \leftrightarrow X(z) \Rightarrow nx(n) \leftrightarrow -z\frac{dX(z)}{dz}}$$

Ví dụ 4: *Tìm biến đổi Z của tín hiệu sau:*

$$x(n) = na^n u(n)$$

Viết lại x(n): $x(n) = nx_1(n), \quad x_1(n) = a^n u(n)$

Áp dụng cặp biến đổi cơ bản:

$$x_1(n) = a^n u(n) \leftrightarrow X_1(z) = \frac{1}{1-az^{-1}}, \ |z| > |a|$$

Áp dụng tính chất trên:

$$X(z) = -z\frac{dX_1(z)}{dz} = -z\frac{d}{dz}\left(\frac{1}{1-az^{-1}}\right) = \frac{az^{-1}}{\left(1-az^{-1}\right)^2}; \ |z| > |a|$$

5.1.2 Các tính chất của biến đổi Z (tt):

d. Tích chập:

$$\begin{cases} x_1(n) \leftrightarrow X_1(z) \\ x_2(n) \leftrightarrow X_2(z) \end{cases} \Rightarrow x(n) = x_1(n) * x_2(n) \leftrightarrow x(z) = X_1(z)X_2(z)$$

- *chuyển đổi phép tích chập trong miền thời gian sang phép nhân thông thường trong miền Z → thuận tiện trong phân tích hệ thống.*

Ví dụ 5: *Tính tích chập của hai tín hiệu sau:*

$$x_1(n) = \{1, -2, 1\}; \quad x_2(n) = u(n) - u(n-6)$$

Ta có: $X_1(z) = 1 - 2z^{-1} + z^{-2}$; ROC: $z \neq 0$;

$X_2(z) = 1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3} + z^{-4} + z^{-5}$; ROC: $z \neq 0$;

Áp dụng tính chất trên:

$$X(z) = X_1(z)X_2(z) = (1 - 2z^{-1} + z^{-2})(1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3} + z^{-4} + z^{-5})$$

$$= 1 - z^{-1} - z^{-6} + z^{-7}$$

Suy ra: $x(n) = \{1, -1, 0, 0, 0, 0, -1, 1\}$

5.1.2 Các tính chất của biến đổi Z (tt):

e. Đảo thời gian:

$$\boxed{x(n) \leftrightarrow X(z) \Rightarrow x(-n) \leftrightarrow X(z^{-1})}$$

Ví dụ 6: *Tìm biến đổi Z của tín hiệu sau:*

$$x(n) = \left(\frac{1}{3}\right)^n u(-n)$$

Đặt: $$y(n) = x(-n) = \left(\frac{1}{3}\right)^{-n} u(n) = 3^n u(n)$$

Áp dụng cặp biến đổi cơ bản:

$$y(n) \leftrightarrow Y(z) = \frac{1}{1-3z^{-1}}, \ |z| > 3$$

Áp dụng tính chất trên:

$$X(z) = Y(z^{-1}) = \frac{1}{1-3z}; \ |z| < 1/3$$

Chương 5 BIẾN ĐỔI Z (tt)

5.1.2 Các tính chất của biến đổi Z (tt):

- Tóm tắc một số tính chất quan trọng của biến đổi Z

Property	Sequence	z-Transform	Region of Convergence
Linearity	$ax(n) + by(n)$	$aX(z) + bY(z)$	Contains $R_x \cap R_y$
Shift	$x(n - n_0)$	$z^{-n_0}X(z)$	R_x
Time reversal	$x(-n)$	$X(z^{-1})$	$1/R_x$
Exponentiation	$\alpha^n x(n)$	$X(\alpha^{-1}z)$	$\|\alpha\|R_x$
Convolution	$x(n) * y(n)$	$X(z)Y(z)$	Contains $R_x \cap R_y$
Conjugation	$x^*(n)$	$X^*(z^*)$	R_x
Derivative	$nx(n)$	$-z\dfrac{dX(z)}{dz}$	R_x

5.1.3 Giản đồ cực-không:

- *Biến đổi Z của các tín hiệu thực và các hệ thống LTI thường có dạng hữu tỉ, nghĩa là, ta có thể biểu diễn:*

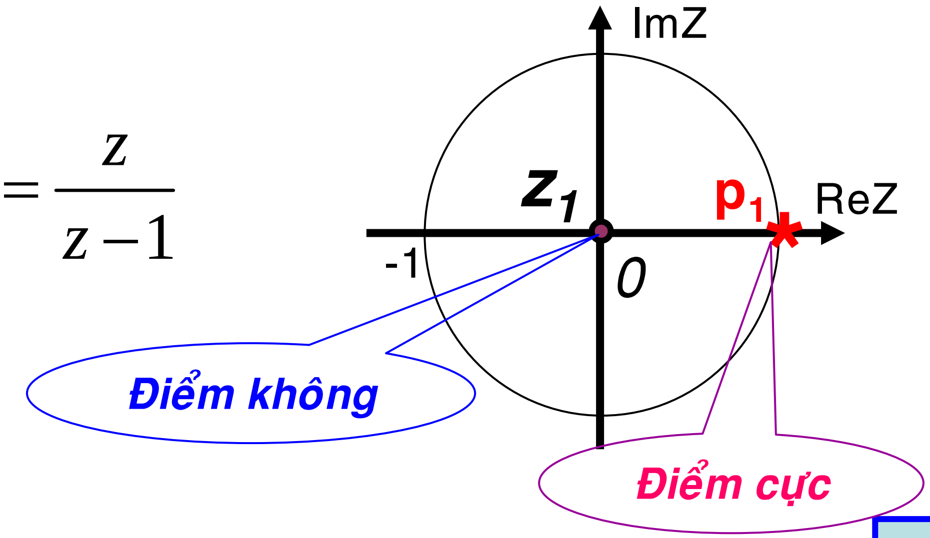
$$X(z)=\frac{N(z)}{D(z)}=\frac{A(z-z_1)(z-z_2)(z-z_3)......(z-z_L)}{(z-p_1)(z-p_2)(z-p_3)......(z-p_M)}$$

- *Các giá trị z_i và p_i được gọi lần lượt là các điểm không, các điểm cực.*
- *Đồ thị biểu diễn các giá trị điểm cực, điểm không trên mặt phẳng phức Z được gọi là giản đồ cực - không.*

Ví dụ 7: *Vẽ giản đồ cực – không*

$$x(n)=u(n)\leftrightarrow X(z)=\frac{1}{1-z^{-1}}=\frac{z}{z-1}$$

Ta có:
$$\begin{cases} z_1 = 0; \\ p_1 = 1 \end{cases}$$



5.2 Biến đổi Z ngược:

➢ *biến đổi tín hiệu từ miền Z trở về miền thời gian rời rạc, ký hiệu:*

$$\boxed{x(n) = Z^{-1}\{X(z)\}}$$

5.2.1 Phương pháp khai triển thành chuỗi lũy thừa:

- *Biểu diễn X(z) thành dạng lũy thừa sau:* $X(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n z^{-n}$
- *So sánh với định nghĩa:* $X(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) z^{-n}$
- *Suy ra, chuỗi tín hiệu x(n):*

$$\boxed{x(n) = \{C_n\}, \forall n}$$

Ví dụ 8: Tìm biến đổi Z ngược của tín hiệu sau:

$$X(z) = \frac{1}{1 - 1.5z^{-1} + 0.5z^{-2}}, \quad ROC: |z| > 1$$

Chia đa thức để có dạng lũy thừa:

5.2.1 Phương pháp khai triển thành chuỗi lũy thừa (tt):

Lời giải:

Chia đa thức để có dạng lũy thừa:

$$X(z) = \frac{1}{1 - 1.5z^{-1} + 0.5z^{-2}} = 1 + \frac{3}{2}z^{-1} + \frac{7}{4}z^{-2} + \ldots..$$

Suy ra giá trị chuỗi x(n):

$$x(n) = \left\{1, \frac{3}{2}, \frac{7}{4}, \ldots\right\}$$

Không cho dạng biểu thức khép kín của x(n)

5.2.2 Phương pháp khai triển thành các phân thức sơ cấp:

- *Biểu diễn X(z) thành dạng sau:* $X(z) = \sum_{k=0}^{N} a_k X_k(z)$

trong đó: $X_k(z)$ là các biểu thức có biến đổi Z ngược $x_k(n)$ đã biết.

- *Lúc đó:*

$$\boxed{x(n) = \sum_{k=0}^{N} a_k x_k(n)}$$

5.2.2 Phương pháp khai triển thành các phân thức sơ cấp (tt):

Ví dụ 9: Tìm biến đổi Z ngược của tín hiệu sau:

$$X(z) = \frac{1}{1 - 1.5z^{-1} + 0.5z^{-2}}, \quad ROC: |z| > 1$$

Lời giải:

Đưa về dạng tổng các phân thức sơ cấp:

$$X(z) = \frac{1}{1 - 1.5z^{-1} + 0.5z^{-2}} = \frac{1}{(1 - z^{-1})(1 - 0.5z^{-1})}$$

$$= \frac{2}{1 - z^{-1}} - \frac{1}{1 - 0.5z^{-1}}$$

Mặc khác,áp dụng cặp biến đổi Z cơ bản:

$$a^n u(n) \leftrightarrow \frac{1}{1 - az^{-1}}, \ |z| > |a| \ \Rightarrow \begin{cases} u(n) \leftrightarrow \dfrac{1}{1 - z^{-1}}, |Z| > 1 \\ (0.5)^n u(n) \leftrightarrow \dfrac{1}{1 - 0.5z^{-1}}, |z| > 0.5 \end{cases}$$

Suy ra: $x(n) = 2u(n) - (0.5)^n u(n)$

- **Phương pháp đưa về tổng các phân thức sơ cấp:**

- *Giả sử X(z) có dạng hữu tỉ:*

$$X(z) = \frac{N(z^{-1})}{D(z^{-1})}$$

- Trường hợp 1: (bậc tử số nhỏ hơn mẫu số) xét 2 khả năng

  - D(z) chỉ có các nghiệm thực đơn, tức là có thể biểu diễn:

$$X(z) = \frac{N(z^{-1})}{D(z^{-1})} = \frac{N(z^{-1})}{(1-p_1z^{-1})(1-p_2z^{-1})(1-p_3z^{-1})\ldots\ldots}$$

$$= \frac{A_1}{1-p_1z^{-1}} + \frac{A_2}{1-p_2z^{-1}} + \frac{A_3}{1-p_3z^{-1}} + \ldots.$$

trong đó, các hệ số được xác định như sau:

$$A_i = \left[(1-p_iz^{-1})X(z)\right]\Big|_{z=p_i}$$

Ví dụ 9: Tìm biến đổi Z ngược của tín hiệu sau:

$$X(z) = \frac{2 - 2.05z^{-1}}{1 - 2.05z^{-1} + z^{-2}}$$

Biểu diễn thành tổng các phân thức sơ cấp:

$$X(z) = \frac{2 - 2.05z^{-1}}{1 - 2.05z^{-1} + z^{-2}} = \frac{2 - 2.05z^{-1}}{(1 - 0.8z^{-1})(1 - 1.25z^{-1})} = \frac{A_1}{(1 - 0.8z^{-1})} + \frac{A_2}{(1 - 1.25z^{-1})}$$

Xác định các hệ số:

$$A_1 = \left[(1 - 0.8z^{-1})X(z)\right]\Big|_{z=0.8} = \left[\frac{2 - 2.05z^{-1}}{1 - 1.25z^{-1}}\right]_{z=0.8} = 1$$

$$A_2 = \left[(1 - 1.25z^{-1})X(z)\right]\Big|_{z=1.25} = \left[\frac{2 - 2.05z^{-1}}{1 - 0.8z^{-1}}\right]_{z=1.25} = 1$$

Các biến đổi Z ngược có thể có:

$$x(n) = \begin{cases} (0.8)^n u(n) + (1.25)^n u(n), & |z| > 1.25 \\ (0.8)^n u(n) - (1.25)^n u(-n-1), & 1.25 > |z| > 0.8 \\ -(0.8)^n u(-n-1) - (1.25)^n u(-n-1), & |z| < 0.8 \end{cases}$$

Phương pháp đưa về tổng các phân thức sơ cấp:

- D(z) có các nghiệm thực bội, tức là có thể biểu diễn:

$$X(z)=\frac{N(z^{-1})}{D(z^{-1})}=\frac{N(z^{-1})}{(1-p_1z^{-1})(1-p_2z^{-1})...(1-p_kz^{-1})^h......}$$

$$=\frac{A_1}{1-p_1z^{-1}}+\frac{A_2}{1-p_2z^{-1}}+\left(\frac{A_{1k}}{1-p_3z^{-1}}+\frac{A_{2k}}{(1-p_3z^{-1})^2}+...+\frac{A_{hk}}{(1-p_3z^{-1})^h}\right)+...$$

trong đó, các hệ số được xác định như sau:

$$A_i=\left[(1-p_iz^{-1})X(z)\right]\Big|_{z=p_i};i\neq k$$

$$A_{jk}=\frac{1}{(h-j)!}\frac{d^{h-j}}{dz^{h-j}}\left[(1-p_kz^{-1})^hX(z)\right]\Big|_{z=p_k};j=1,...,h$$

Phương pháp đưa về tổng các phân thức sơ cấp:

- Trường hợp 2: (bậc tử số bằng bậc mẫu số)

$$X(z) = \frac{N(z^{-1})}{D(z^{-1})} = \frac{N(z^{-1})}{(1-p_1z^{-1})(1-p_2z^{-1})(1-p_3z^{-1})\ldots\ldots}$$

$$= A_0 + \frac{A_1}{1-p_1z^{-1}} + \frac{A_2}{1-p_2z^{-1}} + \frac{A_3}{1-p_3z^{-1}} + \ldots.$$

trong đó, các hệ số được xác định như sau:

$$A_0 = [X(z)]_{z=0}; \quad A_i = \left[(1-p_iz^{-1})X(z)\right]\Big|_{z=p_i}$$

Ví dụ 10: Tìm tất cả các biến đổi Z ngược có thể có của X(z):

$$X(z) = \frac{-1+z+10z^{-2}}{-0.25+z^{-2}}$$

BIẾN ĐỔI Z (tt)

Biểu diễn thành tổng các phân thức sơ cấp:

$$X(z) = \frac{-1 + z + 10z^2}{-0.25 + z^2} = \frac{10 + z^{-1} - z^{-2}}{1 - 0.25z^{-2}} = A_0 + \frac{A_1}{1 - 0.5z^{-1}} + \frac{A_2}{1 + 0.5z^{-1}}$$

Xác định các hệ số:

$$A_0 = \left[X(z)\right]\Big|_{z=0} = \left[\frac{10 - z^{-1} - z^{-2}}{0.25 - z^{-2}}\right]_{z=0} = 4$$

$$A_1 = \left[(1 - 0.5z^{-1})X(z)\right]\Big|_{z=0.5} = 4$$

$$A_2 = \left[(1 + 0.5z^{-1})X(z)\right]\Big|_{z=-0.5} = 2$$

Suy ra:

$$X(z) = 4 + \frac{4}{1 - 0.5z^{-1}} + \frac{2}{1 + 0.5z^{-1}}$$

Các biến đổi Z ngược có thể có:

$$x(n) = \begin{cases} 4\delta(n) + 4(0.5)^n u(n) + 2(-0.5)^n u(n); \ |z| > 0.5 \\ 4\delta(n) - 4(0.5)^n u(-n-1) - 2(-0.5)^n u(-n-1); \ |z| > 0.5 \end{cases}$$

Phương pháp đưa về tổng các phân thức sơ cấp:

- Trường hợp 3: (bậc tử số lớn hơn mẫu số)

Chia tử số cho mẫu số để đưa về dạng:

$$X(z)=\frac{N(z^{-1})}{D(z^{-1})}=Q(z^{-1})+\frac{R(z^{-1})}{D(z^{-1})}$$

Việc tìm biến đổi Z ngược của Q(z) là dễ dàng, còn với đa thức còn lại dùng trường hợp 1.

Ví dụ 11: Tìm tất cả các biến đổi Z ngược có thể có của X(z):

$$X(z)=\frac{6+z^{-5}}{1-0.25z^{-2}}$$

Biểu diễn thành tổng các phân thức sơ cấp:

$$X(z)=\frac{6+z^{-5}}{1-0.25z^{-2}}=-16z^{-1}-4z^{-3}+\frac{6+16z^{-1}}{1-0.25z^{-2}}$$

Xác định các hệ số: (tương tự trường hợp 1)…..

5.3 Phân tích hệ thống dùng biến đổi Z:

- *Xét hệ thống rời rạc có đáp ứng xung h(n). Biến đổi Z của đáp ứng xung được gọi là hàm truyền (transfer function) của hệ thống.*
- *Hàm truyền của hệ thống rời rạc:*

$$\boxed{H(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(n) z^{-n}}$$

H(z) thường được sử dụng để mô tả và phân tích hệ thống rời rạc

- *Quan hệ giữa ngõ vào- ngõ ra:*

Tín hiệu vào → **Hệ thống rời rạc H** → **Tín hiệu ra**

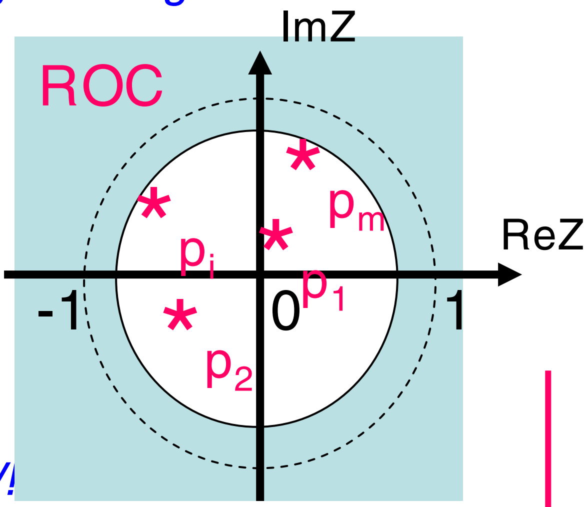
$x(n) \longrightarrow y(n)=h(n)*x(n)$

$X(z) \longrightarrow Y(z)=X(z)H(z)$

5.3 Phân tích hệ thống dùng biến đổi Z (tt):

- ***Tính ổn định và nhân quả:***
  - *Nhân quả:*
    - *Hệ thống LTI nhân quả: h(n) = 0, n<0.*
    - *ROC của biến đổi Z của một chuỗi nhân quả nằm ngoài một vòng tròn.*
    - *Do vậy, hệ thống LTI nhân quả <=> ROC nằm ngoài vòng tròn có bán kính r.*
  - *Ổn định:*
    - *Hệ thống LTI ổn định:* $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |h(n)| < \infty$

$$\Rightarrow \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |h(n)| |z^{-1}| < \infty, \ |z| = 1$$



- *Do vậy, ROC của H(z) phải chứa vòng tròn đơn vị*

➢ ***Tóm lại, một hệ thống LTI là nhân quả và ổn định nếu và chỉ nếu mọi cực của H(z) đều nằm trong vòng tròn đơn vị.***

5.3 Phân tích hệ thống dùng biến đổi Z (tt):

Ví dụ 12: Hàm truyền của một hệ thống LTI:

$$H(z) = \frac{3 - 4z^{-1}}{1 - 3.5z^{-1} + 1.5z^{-2}}$$

Tìm đáp ứng xung khi hệ thống là nhân quả. Lúc này, hệ có ổn định không?

Lời giải:

Viết lại:

$$H(z) = \frac{3 - 4z^{-1}}{1 - 3.5z^{-1} + 1.5z^{-2}} = \frac{1}{1 - 0.5z^{-1}} - \frac{3}{1 - 3z^{-1}}$$

H(z) có hai cực tại z = 1/2 và z = 3. Do đó, để thỏa điều kiện nhân quả thì ROC: |z|>3. Đáp ứng xung của hệ thống:

$$h(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n u(n) + 2.3^n u(n)$$

Lúc này, hệ thống sẽ không ổn định do ROC không chứa vòng tròn đơn vị.

BIẾN ĐỔI Z (tt)

Bài tập:

5.1 (bài 8.1.3 trang 311)

5.2 (bài 8.2.1 trang 312)

5.3 (bài 8.2.2 trang 312)

5.3 (bài 8.2.3 trang 312)

5.4 (bài 8.2.9 trang 313)

5.5 (bài 8.2.11 trang 313)

5.6 (bài 8.3.6 trang 315)

5.7 (bài 8.3.9 trang 315)

5.8 (bài 8.4.1 trang 315)

5.9 (bài 8.5.2 trang 316)

5.10 (bài 8.5.3 trang 316)