



Chương 4

XỬ LÝ TÍN HIỆU MIỀN THỜI GIAN

Nội dung:

4.1 Đáp ứng xung của hệ thống rời rạc

4.1.1 Đáp ứng xung

4.1.2 Các phương pháp tính tích chập

4.1.3 Đáp ứng xung của hệ thống ghép nối

4.1.4 Sự ổn định của hệ thống

4.2. Hệ thống FIR và IIR

4.2.1 Hệ thống FIR

4.2.2 Hệ thống IIR

4.3. Phương pháp xử lý mẫu

4.3.1 Xử lý mẫu cho hệ thống FIR

4.3.2 Xử lý mẫu cho hệ thống IIR

Bài tập



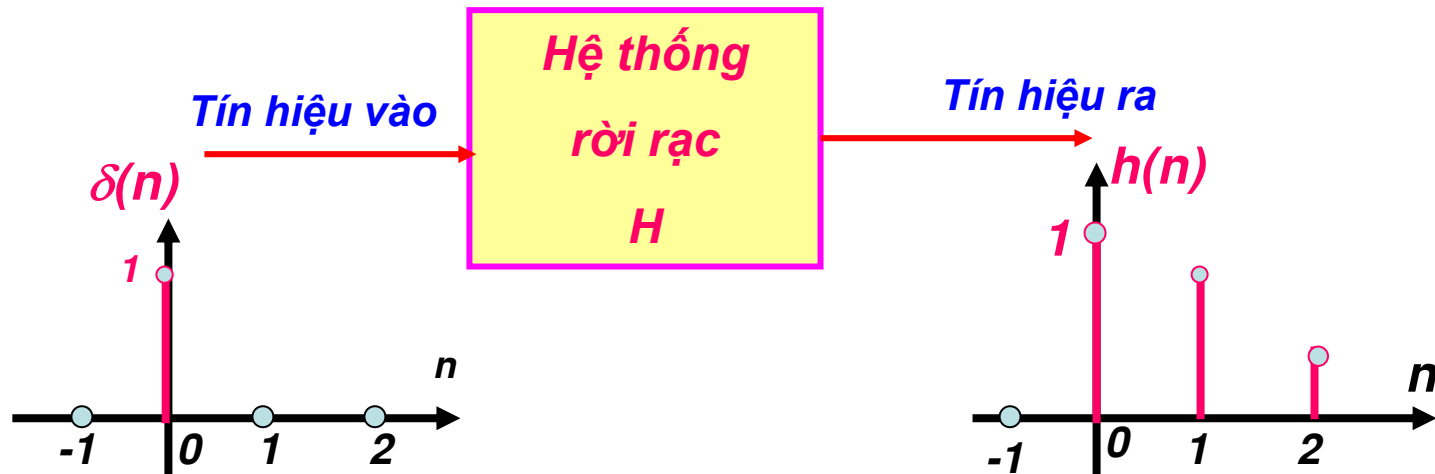
Chương 4

XỬ LÝ TÍN HIỆU MIỀN THỜI GIAN

4.1 Đáp ứng xung của hệ thống rời rạc:

4.1.1 Đáp ứng xung (impulse response):

- *đáp ứng xung của hệ thống chính là tín hiệu ra khi tín hiệu vào là xung đơn vị.*
- *$h(n)$ thể hiện đặc tính thời gian của hệ thống rời rạc.*



- *Quan hệ ngõ vào- ngõ ra trong miền thời gian:*

$$y(n) = h(n) * x(n) = x(n) * h(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k)$$



Chương 4

XỬ LÝ TÍN HIỆU MIỀN THỜI GIAN (tt)

4.1 Đáp ứng xung của hệ thống rời rạc:

4.1.2 Các phương pháp tính tích chập:

a. Tính trực tiếp:

➤ Dùng trực tiếp định nghĩa tích chập

Ví dụ 1: Tìm đáp ứng ngõ ra $y(n)$ khi biết: $x(n) = u(n)$;

$$h(n) = a^n u(n), |a| < 1.$$

Lời giải:

Ta có:

$$\begin{aligned} y(n) &= h(n) * x(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)x(n-k) \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} a^k u(k)u(n-k) = \sum_{k=0}^n a^k = \frac{1-a^{n+1}}{1-a}, |a| < 1; n \geq 0 \end{aligned}$$

$$y(n) = 0, n < 0$$



Chương 4 XỬ LÝ TÍN HIỆU MIỀN THỜI GIAN (tt)

4.1.2 Các phương pháp tính tích chập:

b. Dùng bảng tích chập:

➤ Lập bảng tích chập có dạng như sau:

	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	...
h_0	h_0x_0	h_0x_1	h_0x_2	h_0x_3	h_0x_4	h_0x_5	h_0x_6	...
h_1y_0	h_1x_0	h_1x_1	h_1x_2	h_1x_3	h_1x_4	h_1x_5	h_1x_6	...
h_2y_1	h_2x_0	h_2x_1	h_2x_2	h_2x_3	h_2x_4	h_2x_5	h_2x_6	...
$\dots y_2$
	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	...

➤ Tính giá trị ngõ ra:

$$y_0 = h_0x_0;$$

$$y_1 = h_1x_0 + h_0x_1;$$

$$y_2 = h_2x_0 + h_1x_1 + h_0x_2, \text{ vv...}$$



Chương 4 XỬ LÝ TÍN HIỆU MIỀN THỜI GIAN (tt)

4.1.2 Các phương pháp tính tích chập:

b. Dùng bảng tích chập:

Ví dụ 2: Tìm đáp ứng ngõ ra $y(n)$ khi biết: $x(n) = [1, 1, 2, 1, 2, 2, 1, 1]$;

$h(n) = [1, 2, -1, 1]$.

Chiều dài L

Chiều dài M

Lời giải:

Lập bảng tích chập:

h \ x	1	1	2	1	2	2	1	1
1	1	1	2	1	2	2	1	1
2	2	2	4	2	4	4	2	2
-1	-1	-1	-2	-1	-2	-2	-1	-1
1	1	1	2	1	2	2	1	1

Ngõ ra: $y(n) = [1, 3, 3, 5, 3, 7, 4, 3, 3, 0, 1]$

Chiều dài L+M-1

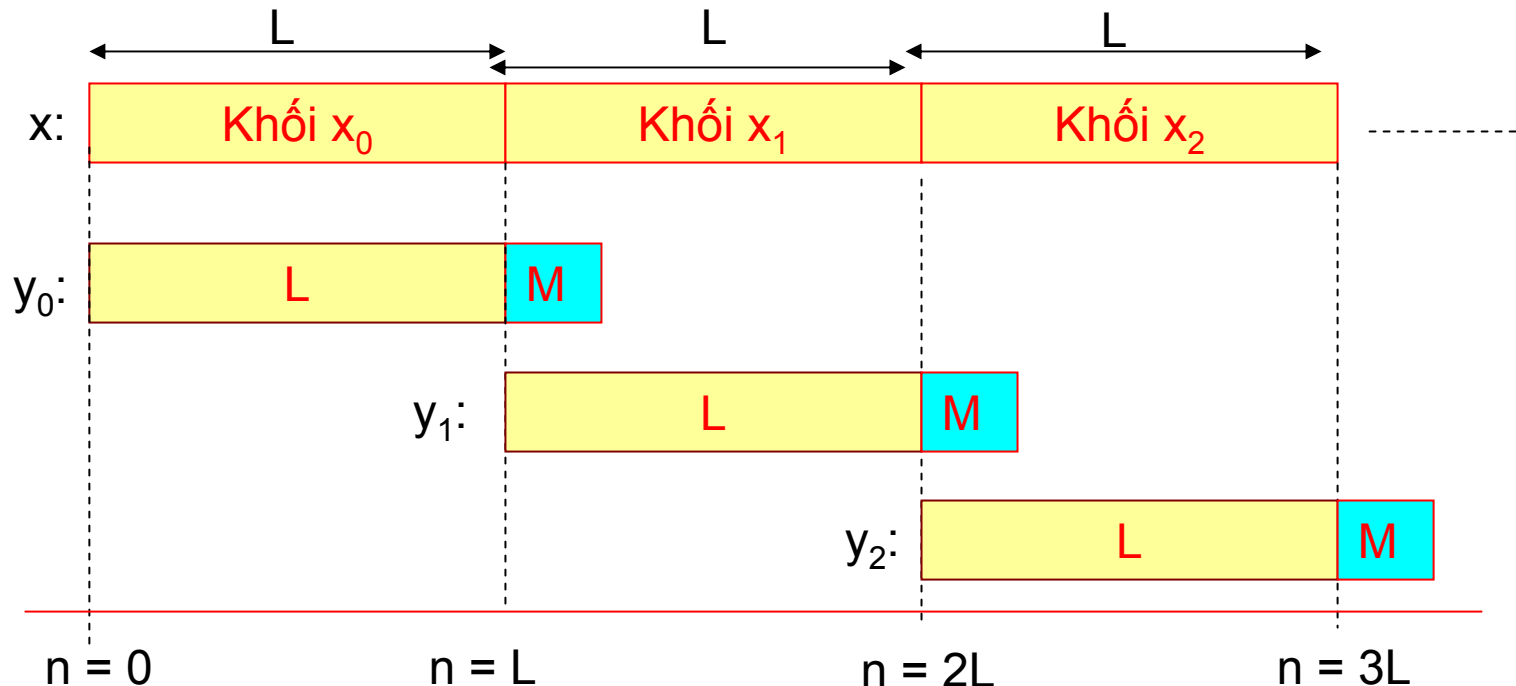


Chương 4 XỬ LÝ TÍN HIỆU MIỀN THỜI GIAN (tt)

4.1.2 Các phương pháp tính tích chập:

b. Dạng khối cộng chồng lấp (overlap-add block form):

➤ dùng khi chuỗi dữ liệu ngõ vào rất dài



➤ Các giá trị ngõ ra: $y_0 = h * x_0; y_1 = h * x_1; \dots$



Chương 4 XỬ LÝ TÍN HIỆU MIỀN THỜI GIAN

Ví dụ 3: Tìm đáp ứng ngõ ra $y(n)$ khi biết: $x(n) = [1, 1, 2, 1, 2, 2, 1, 1]$;
 $h(n) = [1, 2, -1, 1]$.

- Chia dữ liệu ngõ vào thành các khối nhỏ đều nhau ($L = 3$).

$$x_0 = [1, 1, 2]; \quad x_1 = [1, 2, 2]; \quad x_2 = [1, 1, 0];$$

Chèn thêm zeros

- Chập mỗi khối nhỏ với h , ta được: (dùng bảng cộng chồng lấp)

$$y_0 = h * x_0 = [1, 3, 3, 4, -1, 2];$$

$$y_1 = h * x_1 = [1, 4, 5, 3, 0, 2];$$

$$y_2 = h * x_2 = [1, 3, 1, 0, 1, 0];$$

h \ x	1	2	1
1	1	2	1
2	2	4	2
-1	-1	-2	-1
1	1	2	1

- Lập bảng cộng chồng lấp:

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_0	1	3	3	4	-1	2					
y_1				1	4	5	3	0	2		
y_2							1	3	1	0	1
y	1	3	3	5	3	7	4	3	3	0	1

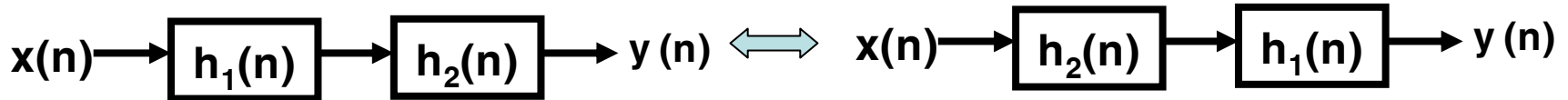
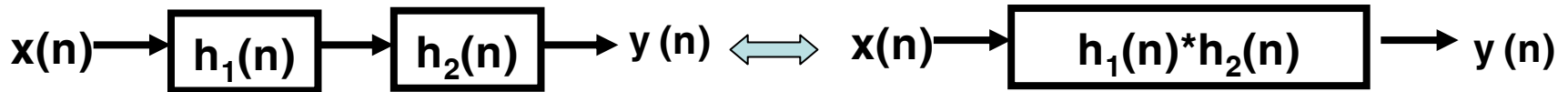


Chương 4

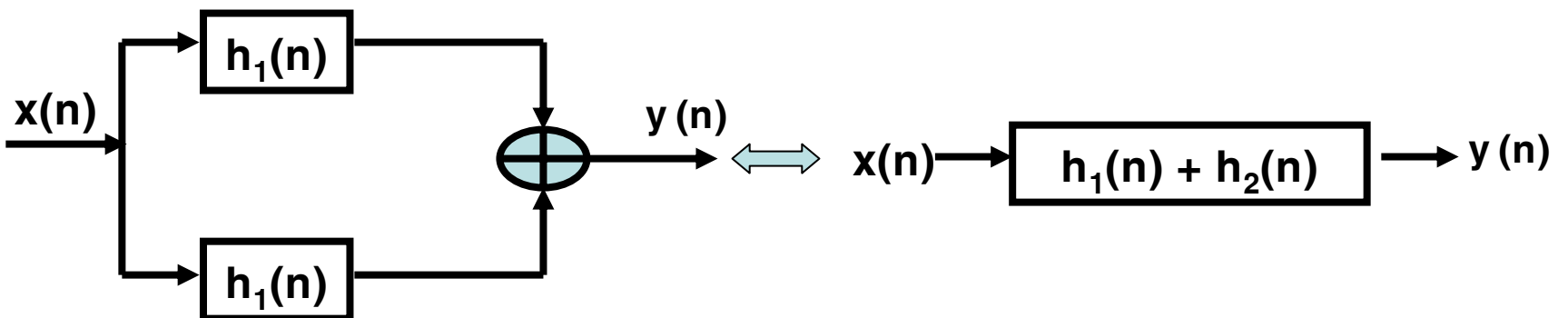
XỬ LÝ TÍN HIỆU MIỀN THỜI GIAN (tt)

4.1.3 Đáp ứng xung của hệ thống ghép nối:

a. Hai hệ thống ghép nối tiếp:



b. Hai hệ thống ghép song song:





Chương 4

XỬ LÝ TÍN HIỆU MIỀN THỜI GIAN (tt)

4.1.3 Đáp ứng xung của hệ thống ghép nối:

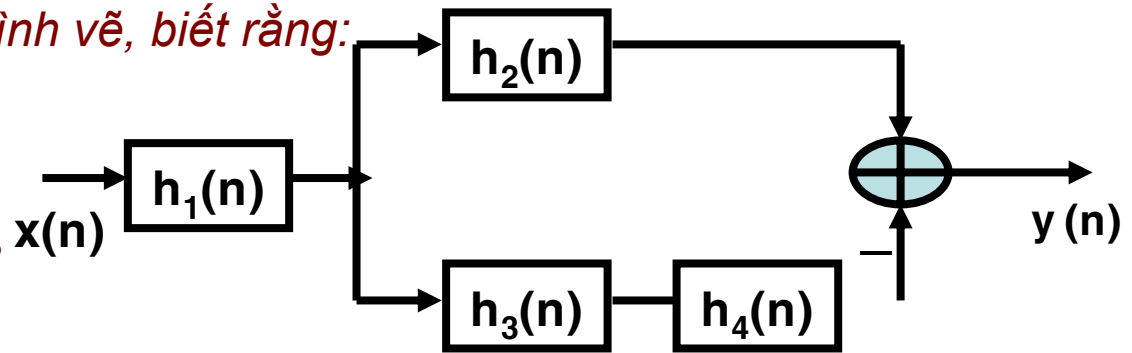
Ví dụ 4: Cho hệ thống như hình vẽ, biết rằng:

$$h_1(n) = [1, 2, 1];$$

$$h_2(n) = h_3(n) = (n+1)u(n);$$

$$h_4(n) = \delta(n-2)$$

Xác định đáp ứng xung $h(n)$?



Lời giải:

Ta có:
$$h(n) = h_1(n) * [h_2(n) - h_3(n) * h_4(n)] = h_1(n) * h_2(n) * [1 - h_4(n)]$$

Nhận xét: $x(n)$ chập với $\delta(n-k)$ tương đương với việc dịch $x(n)$ đi k mẫu

Do vậy:

$$h_1(n) * h_2(n) = [(n+1)u(n)] * [\delta(n) + 2\delta(n-1) + \delta(n-2)]$$

$$= (n+1)u(n) + 2nu(n-1) + (n-1)u(n-2)$$

$$h_1(n) * h_2(n) * h_4(n) = [(n+1)u(n) + 2nu(n-1) + (n-1)u(n-2)] * \delta(n-2)$$

$$= (n-1)u(n-2) + 2(n-2)u(n-3) + (n-2)u(n-4)$$

Thay vào biểu thức trên, ta được:

$$h(n) = (n+1)u(n) + 2nu(n-1) - 2(n-2)u(n-3) - (n-3)u(n-4)$$



Chương 4 XỬ LÝ TÍN HIỆU MIỀN THỜI GIAN (tt)

4.1.4 Sự ổn định của hệ thống:

- hệ thống được gọi là ổn định (stable) nếu nó luôn có đáp ứng bị chặn với mọi kích thích bị chặn. Nghĩa là:

$$\text{Nếu: } |x(n)| \leq M_x \leq \infty \quad \text{thì: } |y(n)| \leq M_y \leq \infty, \quad \forall n$$

- Điều kiện để hệ thống LTI có đáp ứng xung $h(n)$ ổn định :

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h(n)| < \infty$$

Ví dụ 5: Cho hệ thống có đáp ứng xung: $h(n) = a^n u(n)$.
Tìm điều kiện của a để hệ thống ổn định ?

Lời giải:

Để hệ thống ổn định:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h(n)| = \sum_{n=0}^{\infty} |a^n| = 1 + |a| + |a|^2 + \dots < \infty$$

Điều kiện trên được thỏa mãn khi : $|a| < 1$. Lúc đó: $\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h(n)| = \frac{1}{1 - |a|}$



Chương 4 XỬ LÝ TÍN HIỆU MIỀN THỜI GIAN (tt)

4.2 Hệ thống FIR và IIR:

- dựa vào đáp ứng xung $h(n)$, người ta chia các hệ thống rời rạc ra làm 2 loại:
 - Hệ thống có đáp ứng xung hữu hạn FIR (Finite Impulse Response).
 - Hệ thống có đáp ứng xung vô hạn IIR (Infinite Impulse Response).

4.2.1 Hệ thống FIR: (bộ lọc FIR)

- đáp ứng xung $h(n)$ có giá trị trên khoảng thời gian hữu hạn $0 \leq n \leq M$, nghĩa là:

$$h(n) = [h_0, h_1, h_2, \dots, h_M, 0, 0, \dots]$$

chiều dài của vector đáp ứng xung là $M+1$

trong đó: M : bậc của bộ lọc

$h_0, h_1, h_2, \dots, h_M$: hệ số của bộ lọc (filter weights, filter taps)

- Phương trình bộ lọc FIR:

$$y(n) = h(n) * x(n) = \sum_{k=0}^M h(k)x(n-k)$$

- Phương trình I/O:

$$y(n) = h_0 x(n) + h_1 x(n-1) + h_2 x(n-2) + \dots + h_M x(n-M)$$



Chương 4

XỬ LÝ TÍN HIỆU MIỀN THỜI GIAN (tt)

4.2 Hệ thống FIR và IIR (tt):

Ví dụ 6:

a. Bộ lọc FIR có đáp ứng xung $h(n) = [1, 2, 1, -3]$.

→ Phương trình I/O: $y(n) = x(n) + 2x(n-1) + x(n-2) - 3x(n-3)$

b. Bộ lọc FIR phương trình I/O: $y(n) = x(n) - x(n-4)$

→ đáp ứng xung của bộ lọc $h(n) = [1, 0, 0, 0, -1]$.

4.2.1 Hệ thống IIR: (bộ lọc IIR)

➤ có khoảng thời gian đáp ứng xung $h(n)$ vô hạn.

➤ Phương trình bộ lọc IIR:

$$y(n) = h(n) * x(n) = \sum_{k=0}^{\infty} h(k)x(n-k)$$

hay:

$$y(n) = \sum_{k=1}^M a_k y(n-k) + \sum_{l=0}^L b_l x(n-l)$$

➤ Phương trình I/O:

$$y(n) = a_1 y(n-1) + a_2 y(n-2) + \dots + a_M y(n-M) + b_0 x(n) + \dots + b_L x(n-L)$$



Chương 4

XỬ LÝ TÍN HIỆU MIỀN THỜI GIAN (tt)

4.2 Hệ thống FIR và IIR (tt):

Ví dụ 7: Bộ lọc được biểu diễn ở dạng đệ quy sau có phải là bộ lọc IIR không?

$$y(n) = 0.25y(n-2) + x(n)$$

Lời giải:

➤ **Đáp ứng xung:**

$$h(n) = 0.25h(n-2) + \delta(n)$$

➤ **Giả sử hệ thống là nhân quả:** $h(-1) = h(-2) = 0$.

Lúc đó:

$$h(0) = 0.25h(-2) + \delta(0) = 1;$$

$$h(1) = 0.25h(-1) + \delta(1) = 0;$$

$$h(2) = 0.25h(0) + \delta(2) = 0.25 = (0.5)^2;$$

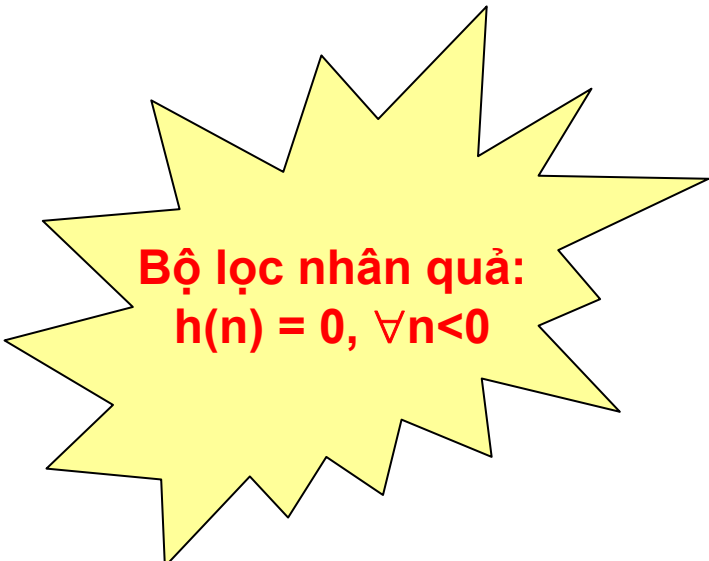
$$h(3) = 0.25h(1) + \delta(3) = 0;$$

$$h(4) = 0.25h(2) + \delta(4) = (0.25)^2 = (0.5)^4, \text{ vv...}$$

➤ **Suy ra dạng biểu thức của $h(n)$:**

$$h(n) = \begin{cases} 0 & n : \text{odd} \\ (0.5)^n & n : \text{even} \end{cases}$$

➤ **Vì $h(n)$ tồn tại vô hạn nên đây là bộ lọc IIR.**



**Bộ lọc nhân quả:
 $h(n) = 0, \forall n < 0$**



Chương 4

XỬ LÝ TÍN HIỆU MIỀN THỜI GIAN (tt)

4.3 Phương pháp xử lý mẫu:

4.3.1 Phương pháp xử lý khối và phương pháp xử lý khối:

❖ *Phương pháp xử lý khối (Block processing methods)*

- Dữ liệu ngõ vào được thu thập và xử lý theo từng khối.
- Quá trình xử lý: thực hiện việc nhân chập từng khối ngõ vào với đáp ứng xung của hệ thống để cho khối dữ liệu ra.
- Ứng dụng: xử lý ảnh, phân tích phổ dùng FFT, vv...

❖ *Phương pháp xử lý mẫu (Sample processing methods)*

- Dữ liệu được thu thập và xử lý từng mẫu ở từng thời điểm
- Quá trình xử lý: mỗi mẫu dữ liệu ngõ vào được hệ thống xử lý để cho ra mẫu dữ liệu ngõ ra.
- Dùng trong các ứng dụng xử lý thời gian thực (real time processing).
- Ứng dụng: xử lý tín hiệu thích nghi, điều khiển, vv...



Chương 4

XỬ LÝ TÍN HIỆU MIỀN THỜI GIAN (tt)

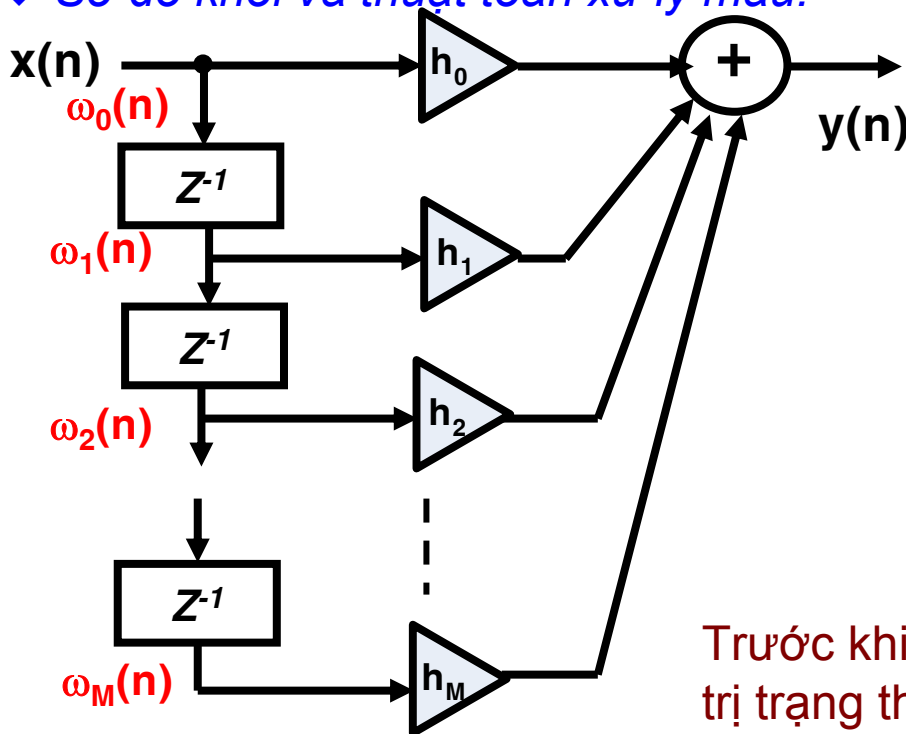
4.3.2 Phương pháp xử lý mẫu cho bộ lọc FIR:

❖ Bộ lọc FIR bậc M :

$$y(n) = h(n) * x(n) = \sum_{k=0}^M h(k)x(n-k)$$

$$y(n) = h_0x(n) + h_1x(n-1) + h_2x(n-2) + \dots + h_Mx(n-M)$$

❖ Sơ đồ khối và thuật toán xử lý mẫu:



Với mỗi mẫu dữ liệu ngõ vào x :

{

$\omega_0 = x$;

$y = h_0\omega_0 + h_1\omega_1 + h_2\omega_2 + \dots + h_M\omega_M$;

For $i = M, M-1, M-2, \dots, 1$ do

$\omega_i = \omega_{i-1}$;

}

Trước khi xử lý dữ liệu ngõ vào, các giá trị trạng thái nội ω_i phải được gán zeros



Chương 4

XỬ LÝ TÍN HIỆU MIỀN THỜI GIAN (tt)

4.3.2 Phương pháp xử lý mẫu cho bộ lọc FIR:

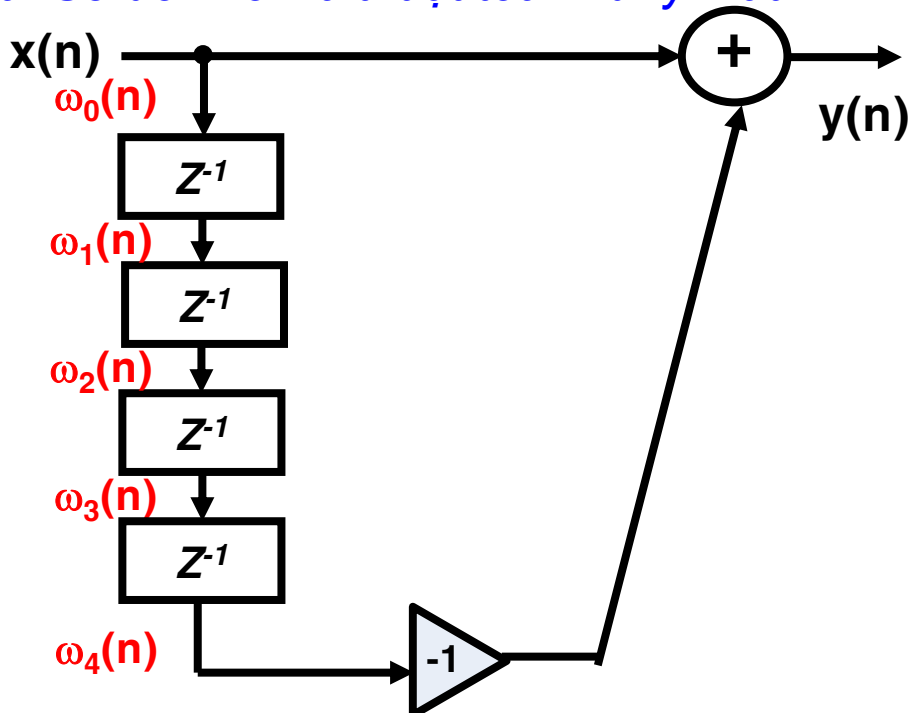
Ví dụ 8: Bộ lọc FIR có phương trình I/O: $y(n) = x(n) - x(n - 4]$.

Dữ liệu ngõ vào: $x = [1, 1, 2, 1, 2, 2, 1, 1]$.

- Vẽ sơ đồ khối và viết thuật toán xử lý mẫu.
- Tính giá trị ngõ ra dựa vào thuật toán trên.

Lời giải:

a. Sơ đồ khối và thuật toán xử lý mẫu:



Với mỗi mẫu dữ liệu ngõ vào x:

{

$$\omega_0 = x;$$

$$y = \omega_0 - \omega_4;$$

$$\omega_4 = \omega_3;$$

$$\omega_3 = \omega_2;$$

$$\omega_2 = \omega_1;$$

$$\omega_1 = \omega_0;$$

}



Chương 4

XỬ LÝ TÍN HIỆU MIỀN THỜI GIAN (tt)

Ví dụ 8 (tt):

b. Lập bảng hoạt động như sau:

n	x	ω_0	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	$y = \omega_0 - \omega_4$
0	1	1	0	0	0	0	1
1	1	1	1	0	0	0	1
2	2	2	1	1	0	0	2
3	1	1	2	1	1	0	1
4	2	2	1	2	1	1	1
5	2	2	2	1	2	1	1
6	1	1	2	2	1	2	-1
7	1	1	1	2	2	1	0
8	0	0	1	1	2	2	-2
9	0	0	0	1	1	2	-2
10	0	0	0	0	1	1	-1
11	0	0	0	0	0	1	-1
....



Chương 4

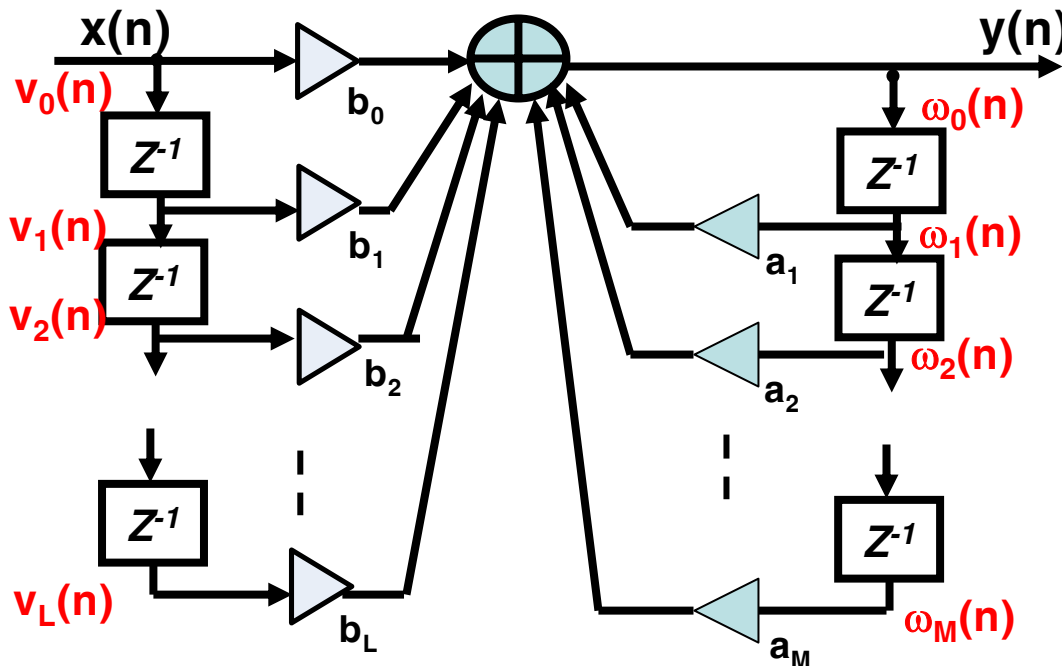
XỬ LÝ TÍN HIỆU MIỀN THỜI GIAN (tt)

4.3.3 Phương pháp xử lý mẫu cho bộ lọc IIR:

❖ Bộ lọc IIR:

$$y(n) = a_1 y(n-1) + a_2 y(n-2) + \dots + a_M y(n-M) + b_0 x(n) + \dots + b_L x(n-L)$$

❖ Sơ đồ thực hiện dạng trực tiếp (direct-form realization) và thuật toán xử lý mẫu:



Với mỗi mẫu dữ liệu ngõ vào x:

$$\left\{ \begin{array}{l} v_0 = x; \\ \omega_0 = a_1 \omega_1 + a_2 \omega_2 + \dots + b_0 v_0 + b_1 v_1 + \dots + b_L v_L; \\ y = \omega_0; \\ \omega_i = \omega_{i-1}; \quad i = M, M-1, \dots, 1 \\ v_i = v_{i-1}; \quad i = L, L-1, \dots, 1 \end{array} \right\}$$



Chương 4 XỬ LÝ TÍN HIỆU MIỀN THỜI GIAN (tt)

4.3.3 Phương pháp xử lý mẫu cho bộ lọc IIR:

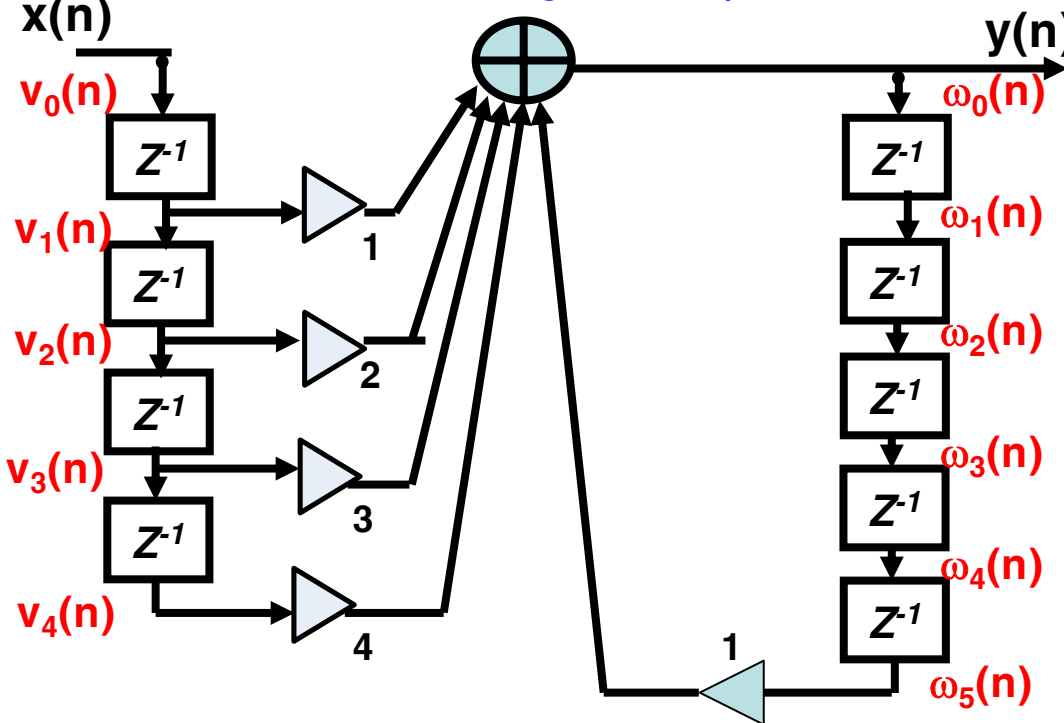
Ví dụ 9: Bộ lọc IIR có phương trình I/O:

$$y(n] = y[n - 5] + x[n - 1] + 2x[n - 2] + 3x[n - 3] + 4x[n - 4]$$

Vẽ sơ đồ khối và viết thuật toán xử lý mẫu.

Lời giải:

❖ Sơ đồ thực hiện dạng trực tiếp và thuật toán xử lý mẫu:



Với mỗi mẫu dữ liệu ngõ vào x:

$$\left\{ \begin{array}{l} v_0 = x; \\ \omega_0 = \omega_5 + v_1 + 2v_2 + 3v_3 + 4v_4; \\ y = \omega_0; \\ \omega_i = \omega_{i-1}; i = 5, 4, 3, 2, 1 \\ v_i = v_{i-1}; i = 4, 3, 2, 1 \end{array} \right\}$$

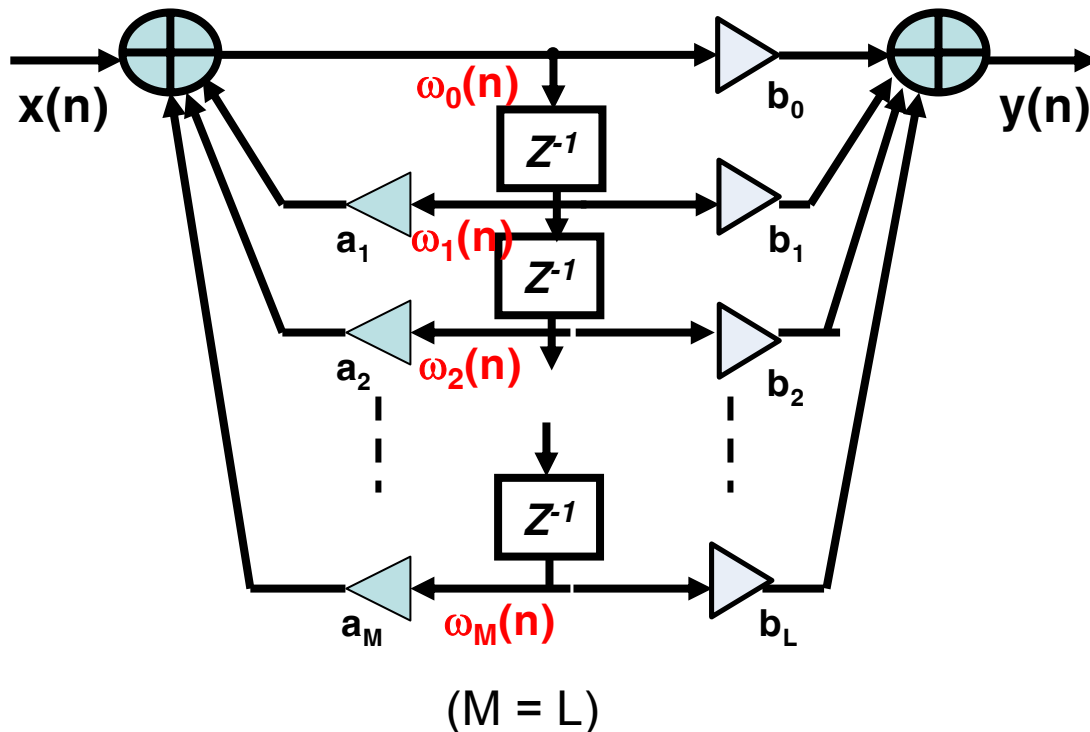


Chương 4

XỬ LÝ TÍN HIỆU MIỀN THỜI GIAN (tt)

4.3.3 Phương pháp xử lý mẫu cho bộ lọc IIR (tt):

- ❖ Thực hiện dạng chính tắc (canonical-form realization) và thuật toán xử lý mẫu:
 - số phần tử nhớ là tối thiểu



Với mỗi mẫu dữ liệu ngõ vào x:

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_0 = x + a_1 \omega_1 + a_2 \omega_2 + \dots + a_M \omega_M \\ y = b_0 \omega_0 + b_1 \omega_1 + \dots + b_L \omega_L; \\ \omega_i = \omega_{i-1}; i = K, K-1, \dots, 1 \\ K = \max\{M, L\} \end{array} \right.$$



Chương 4

XỬ LÝ TÍN HIỆU MIỀN THỜI GIAN (tt)

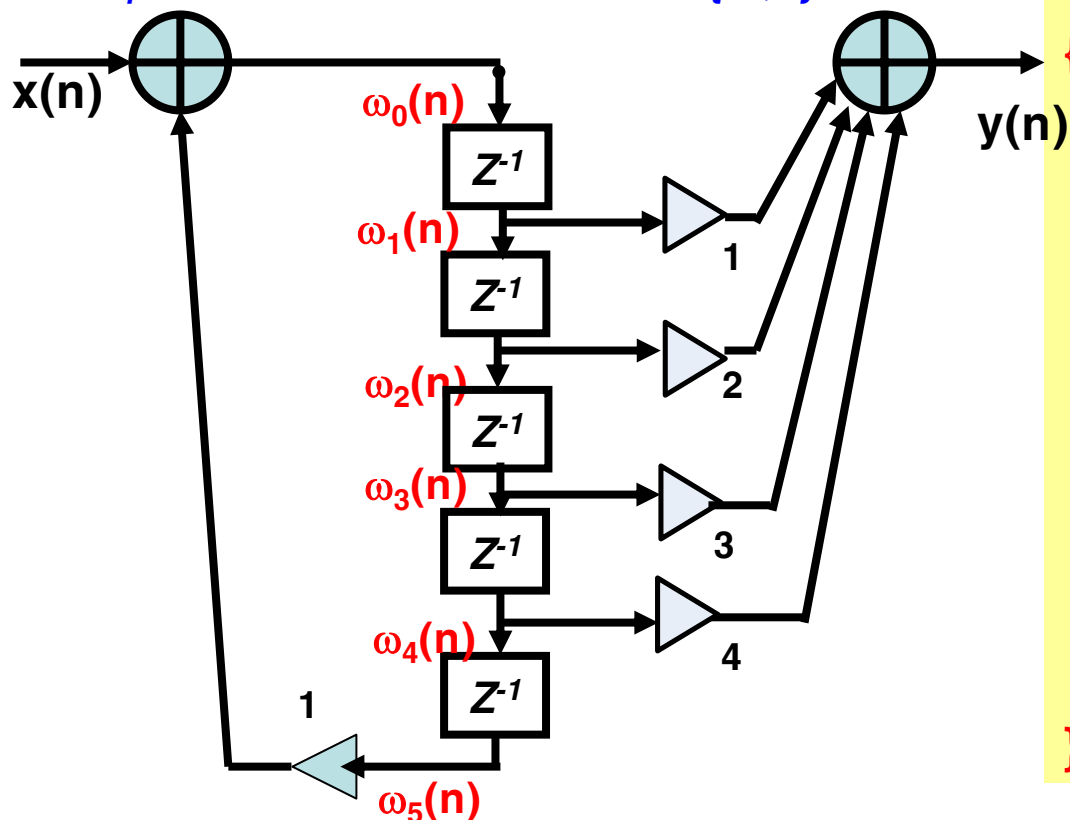
Ví dụ 10: Bộ lọc IIR có phương trình I/O:

$$y(n] = y[n - 5] + x[n - 1] + 2x[n - 2] + 3x[n - 3] + 4x[n - 4]$$

Vẽ sơ đồ khối và viết thuật toán xử lý mẫu.

Lời giải:

Số phần tử nhớ tối đa: $K = \max\{M, L\} = 5$



Với mỗi mẫu dữ liệu ngõ vào x:

{

$$\omega_0 = x + \omega_5;$$

$$y = \omega_1 + 2\omega_2 + 3\omega_3 + 4\omega_4;$$

$$\omega_5 = \omega_4;$$

$$\omega_4 = \omega_3;$$

$$\omega_3 = \omega_2;$$

$$\omega_2 = \omega_1;$$

$$\omega_1 = \omega_0;$$

}



Chương 4

XỬ LÝ TÍN HIỆU MIỀN THỜI GIAN (tt)

Bài tập:

4.1 (bài 5.1.4 trang 177)

4.2 (bài 5.1.5 trang 177)

4.3 (bài 5.2.11 trang 179)

4.4 (bài 5.3.4 trang 180)

4.5 (bài 5.5.2 trang 182)

4.6 (bài 5.5.3 trang 182)

4.7 (bài 5.6.6 trang 184)

4.8 (bài 5.6.8 trang 184)